Capítulo 2
Vector fuerza

Estática 2015-2

Profesor Herbert Yépez Castillo

Introducción

2.1 Escalares y vectores
2.2 Operaciones vectoriales
2.3 Suma vectorial de fuerzas
2.4 Suma de sistema de fuerzas coplanares
2.5 Vectores cartesianos
2.6 Suma y resta de vectores cartesianos
2.7 Vectores de posición
2.8 Vector fuerza dirigido a lo largo de una línea
2.9 Producto punto

2.1 Escalares y vectores

2.1 Escalares y vectores

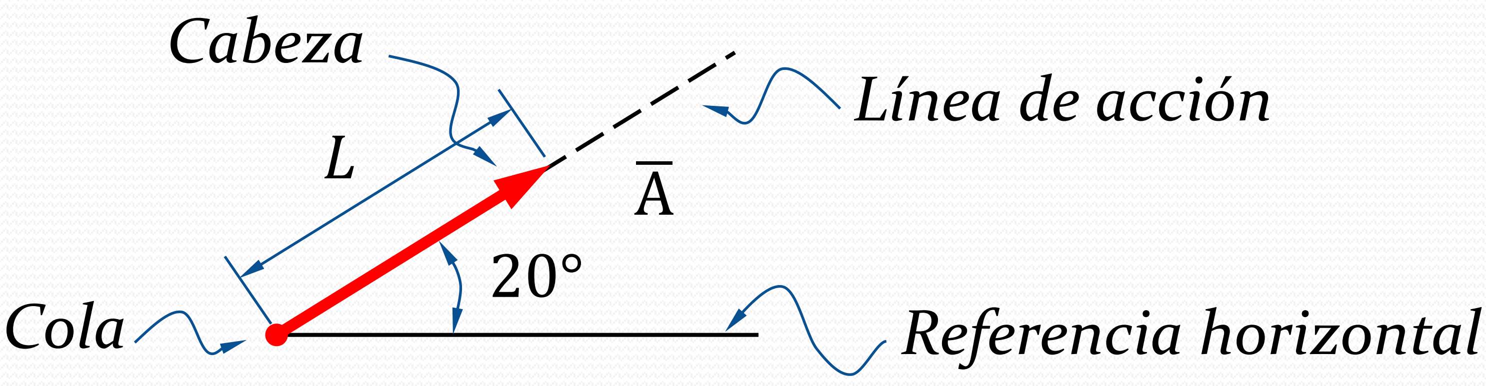
Cantidades físicas: Escalares y Vectores

Escalar: Número positivo o negativo: A o $/A/$

masa, volumen, longitud

Vector: Magnitud + dirección: $\bar{A}$ o $\mathbf{A}$

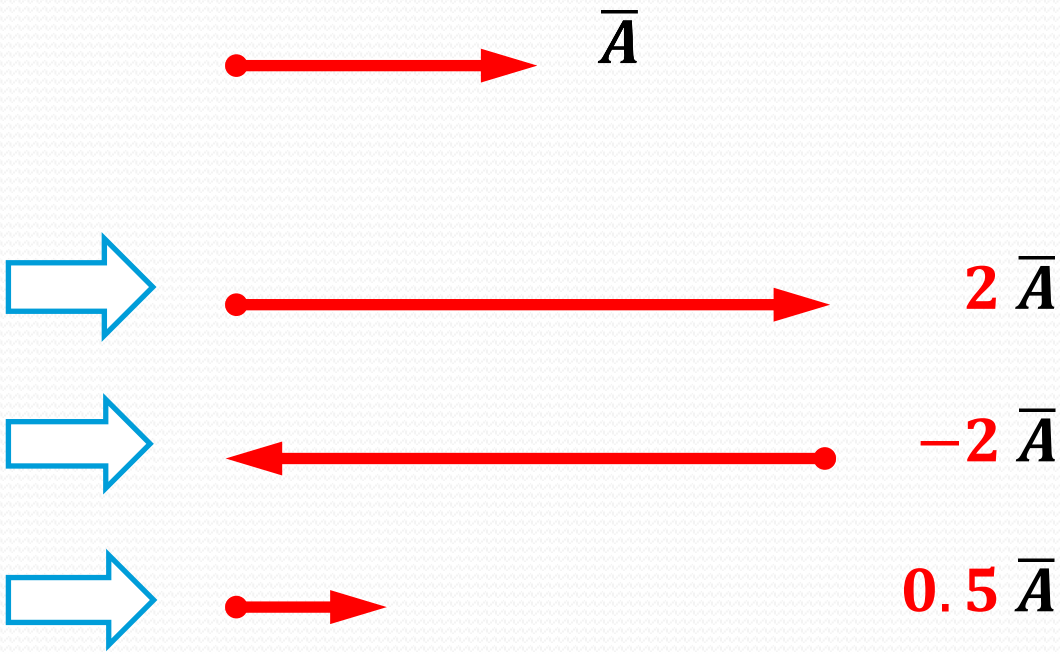
fuerza, momento



2.2 Operaciones vectoriales

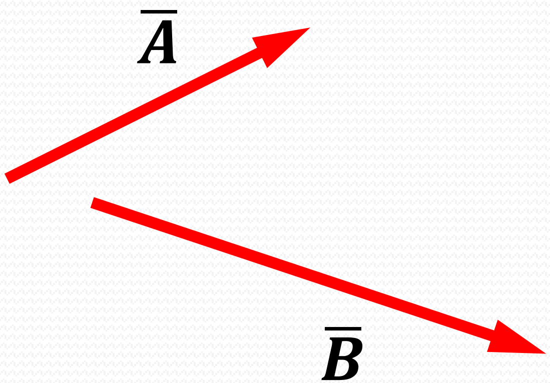
2.2 Operaciones vectoriales

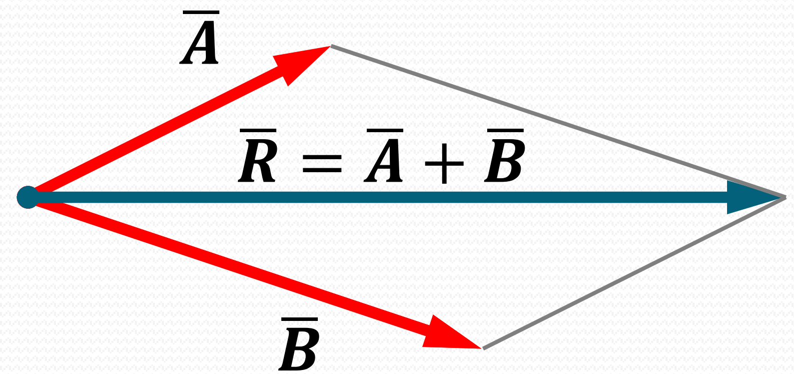
Multiplicación y división de un vector por un escalar



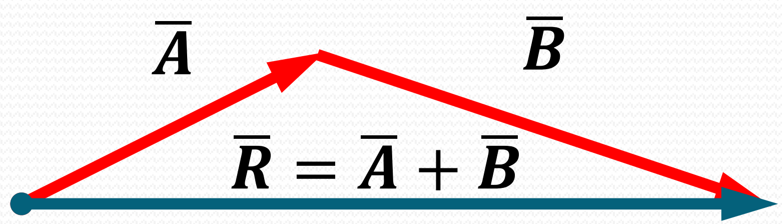
2.2 Suma de vectores

Suma de vectores





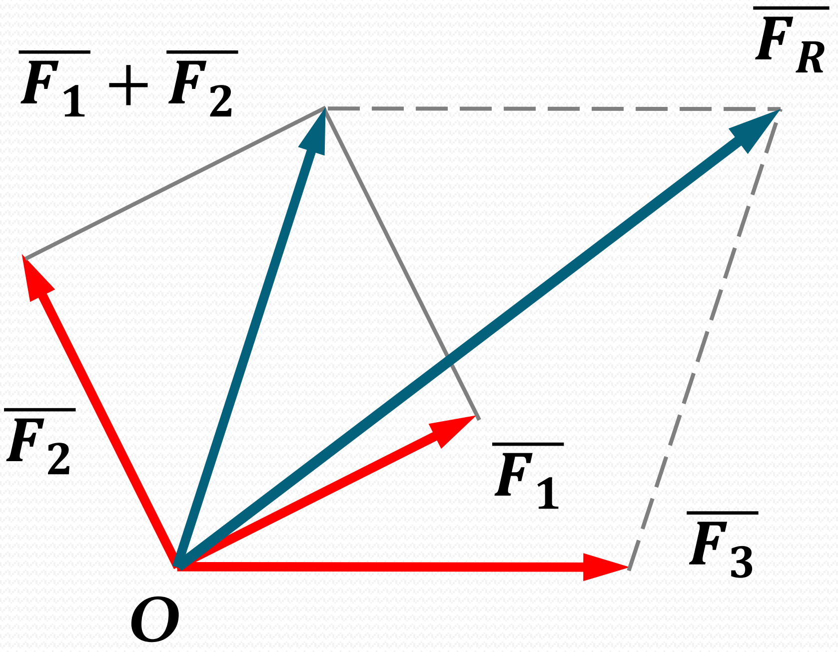
Ley del paralelogramo



Construcción triangular

2.3
Suma vectorial de fuerzas

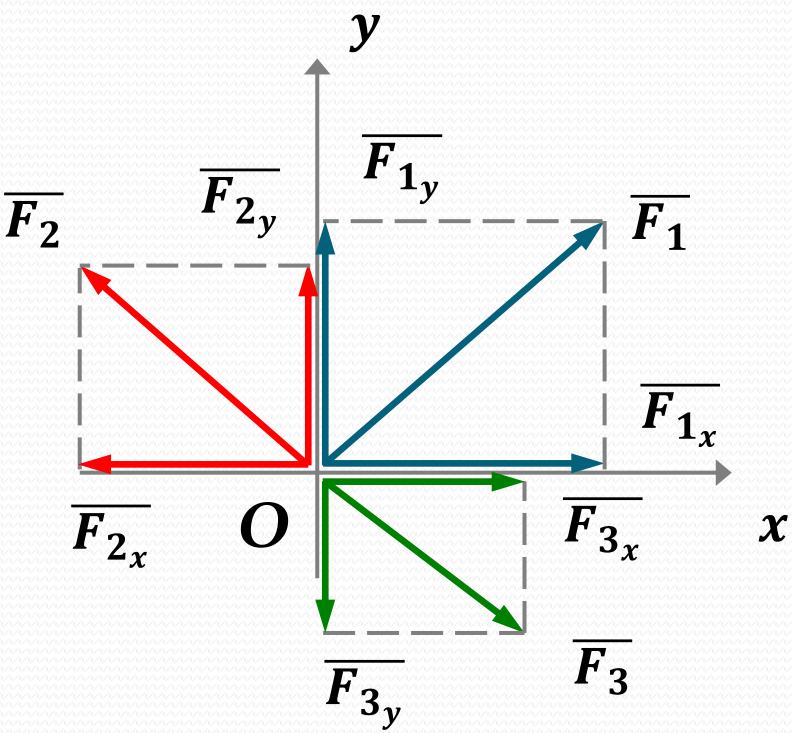
2.3 Suma vectorial de fuerzas



$$\overline{F_R} = (\overline{F_1} + \overline{F_2}) + \overline{F_3}$$

2.4 Suma de un sistema de fuerzas coplanares

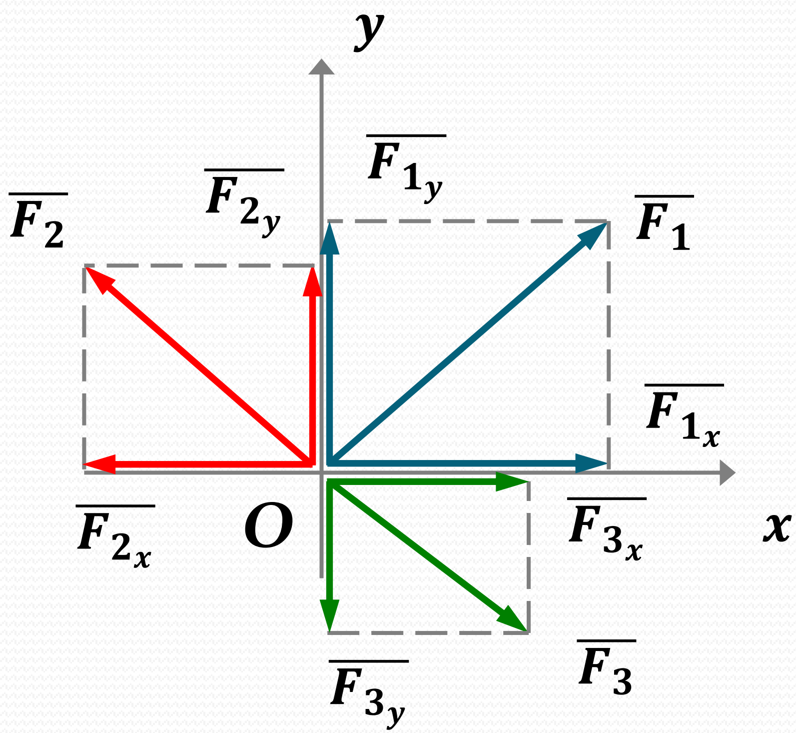
2.4 Suma de un sistema de fuerzas coplanares



$$\overline{F_1} = F_{1_x}\boldsymbol{i} + F_{1_y}\boldsymbol{j}$$
$$\overline{F_2} = -F_{2_x}\boldsymbol{i} + F_{2_y}\boldsymbol{j}$$
$$\overline{F_3} = F_{3_x}\boldsymbol{i} - F_{3_y}\boldsymbol{j}$$

$$\overline{F_1} = (F_{1_x}, F_{1_y})$$
$$\overline{F_2} = (-F_{2_x}, F_{2_y})$$
$$\overline{F_3} = (F_{3_x}, -F_{3_y})$$

2.4 Suma de un sistema de fuerzas coplanares

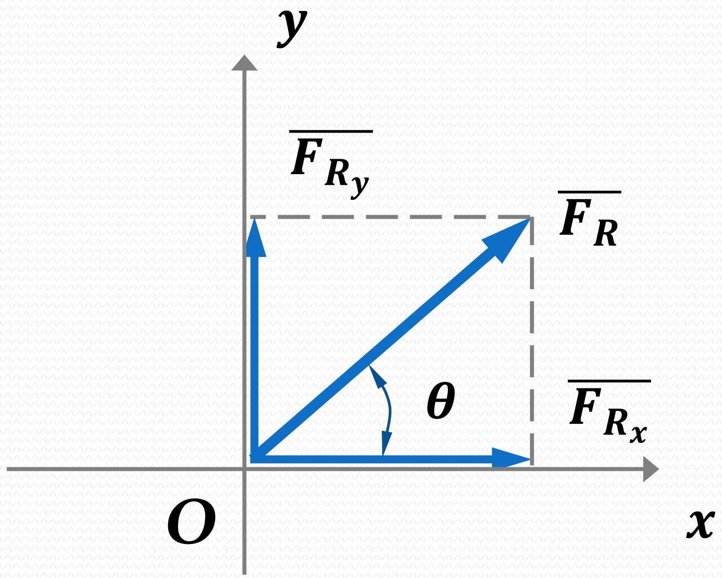


$$\overline{F_1} = (F_{1_x}, F_{1_y})$$
$$\overline{F_2} = (-F_{2_x}, F_{2_y})$$
$$\overline{F_3} = (F_{3_x}, -F_{3_y})$$

$$\boxed{\overline{F_R} = \overline{F_1} + \overline{F_2} + \overline{F_3}}$$

$$\overline{F_R} = (F_{1_x} - F_{2_x} + F_{3_x}\ ,\ F_{1_y} + F_{2_y} - F_{3_y})$$
$$\overline{F_R} = (F_{R_x}, F_{R_y})$$

2.3 Suma de un sistema de fuerzas coplanares



$$F_R = \sqrt{{F_R}_x^{\,2} + {F_R}_y^{\,2}}$$

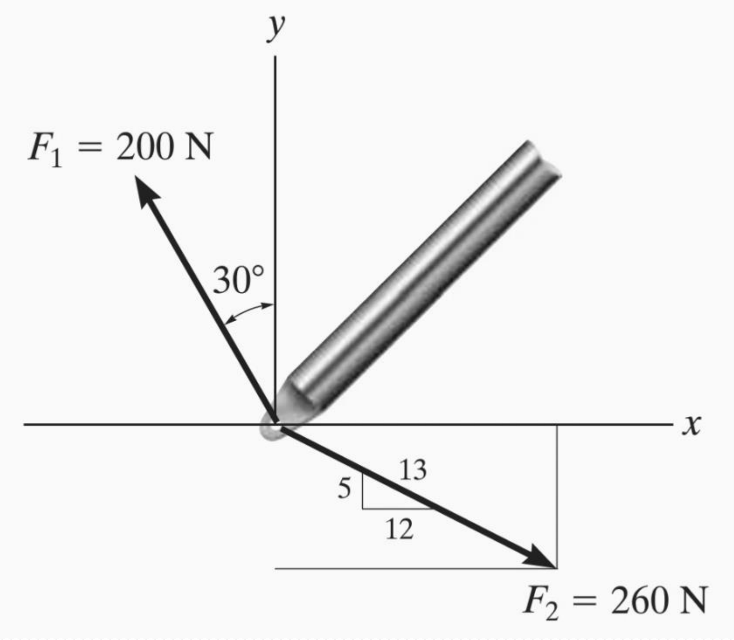
$${F_R}_x = F_R . \cos\theta$$

$${F_R}_y = F_R . \operatorname{sen}\theta$$

$$tg\,\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \frac{{F_R}_y}{{F_R}_x}$$

2.4 Suma de un sistema de fuerzas coplanares

La armella está sometida a dos fuerzas F1 =200N y F2=260 N. Determine la magnitud y la orientación de la fuerza resultante.



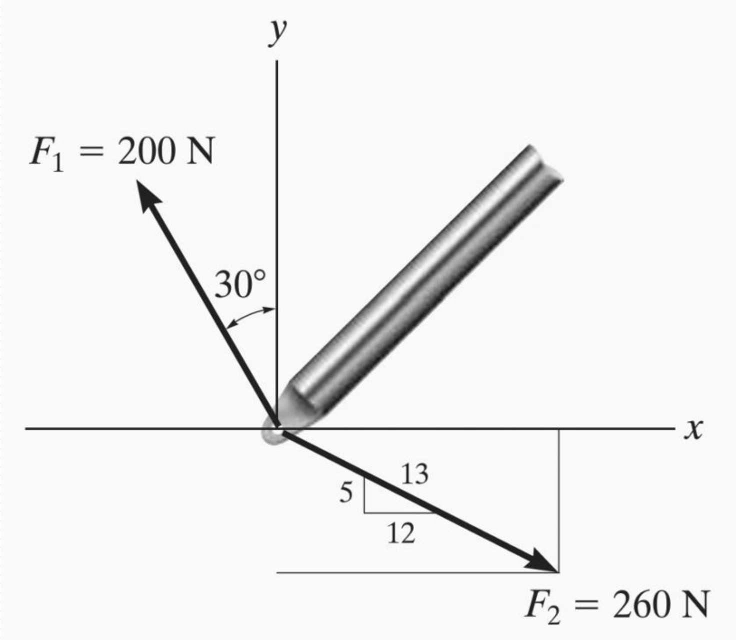
Datos:

$$F_1 = 200\ N$$
$$F_2 = 260\ N$$

Determinar:

$$F_R = ?$$
$$\theta = ?$$

2.4 Suma de un sistema de fuerzas coplanares



$$\overline{F_1} = (-200 \sin 30\,, 200 \cos 30)$$

$$= (-100\,,\ 173.205)N$$

$$\overline{F_2} = (260\,\frac{12}{13}\,, -260\,\frac{5}{13})$$

$$= (240\,, -100)N$$

$$\Longrightarrow\ \overline{F_R} = (F_{R_x}\,,\ F_{R_y})$$

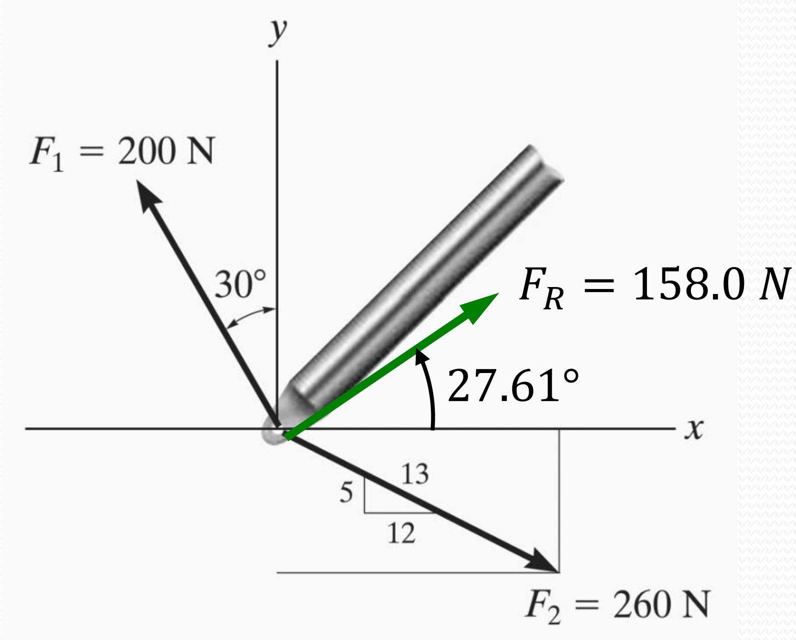
$$= (-100 + 240\,, 173.205 - 100)$$

$$= (140\ ,\ 73.205)\ N$$

$$F_R = \sqrt{(140)^2 + (73.205)^2} = 157.984\ N$$

$$tg\ \theta = \frac{F_{R_y}}{F_{R_x}} = \frac{73.205}{140} \ \rightarrow\ \theta = 27.605°$$

2.4 Suma de un sistema de fuerzas coplanares



$$\overline{F_R} = \left(F_{R_x}\ ,\ F_{R_y}\right) = (140\ ,\ 73.205)$$

$$F_R = \sqrt{(140)^2 + (73.205)^2} = 157.98\ N$$

$$tg\ \theta = \frac{F_{R_y}}{F_{R_x}} = \frac{73.205}{140} \rightarrow \theta = 27.605°$$

Rpta: $F_R = 158.0\ N$

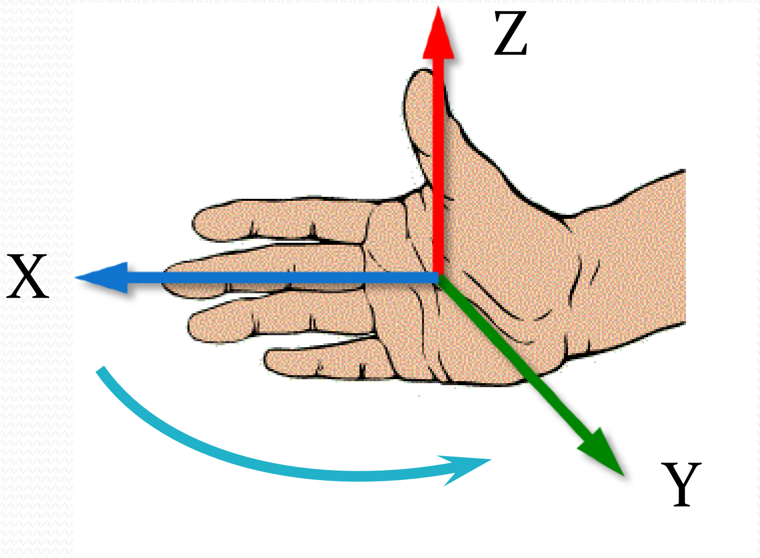
$\theta = 27.61°$

2.5 Vectores cartesianos

2.5 Vectores cartesianos

Sistema coordenado derecho

- Pulgar de la mano derecha señala el eje +Z
- Los dedos se enrollan alrededor de Z y se dirigen del eje +X hacia el eje +Y

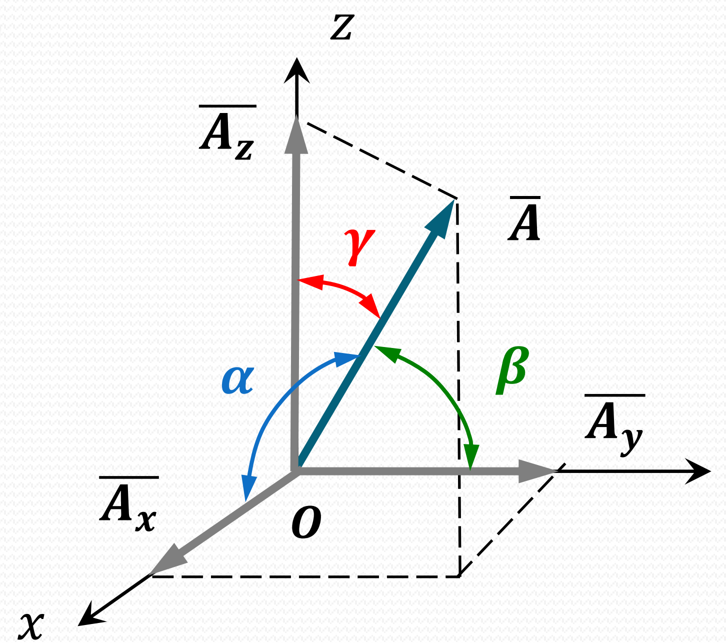


2.5 Vectores cartesianos

Componentes rectangulares

$$\overline{A} = \overline{A_x} + \overline{A_y} + \overline{A_z}$$

$$\overline{A} = (A_x\,, A_y\,, A_z)$$



Magnitud

$$A = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2}$$

Dirección

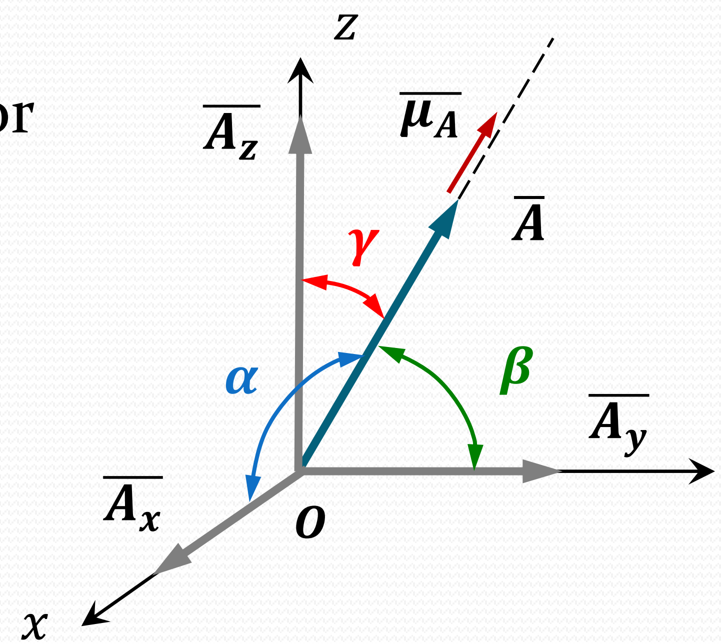
$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \qquad \cos\beta = \frac{A_y}{A} \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

2.5 Vectores cartesianos

Vector unitario

Definido $\bar{A}$, la magnitud del vector unitario es **1** y tiene la **misma** dirección de $\bar{A}$

$$\boxed{\bar{A} = A\,.\overline{\mu_A}}$$



$$\overline{\mu_A} = \frac{\bar{A}}{|A|}$$

$$\overline{\mu_A} = \frac{(A_x\,, A_y\,, A_z)}{A}$$

$$\overline{\mu_A} = (\cos\alpha\,, \cos\beta\,, \cos\gamma)$$

$$\mu_A = \sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma} = 1$$

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

$$\cos\beta = \frac{A_y}{A}$$

2.5 Vectores cartesianos

Resumen

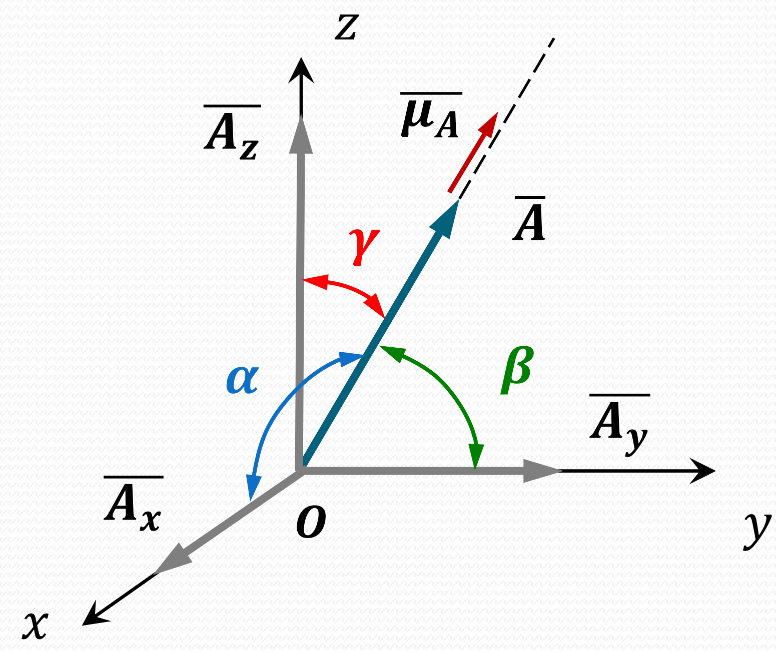
$$\overline{A} = \overline{A_x} + \overline{A_y} + \overline{A_z}$$

$$\overline{A} = (A_x , A_y , A_z)$$

$$\overline{A} = A \, . \, \overline{\mu_A}$$

$$\overline{A} = A \, \frac{(A_x , A_y , A_z)}{A}$$

$$\overline{A} = A \, . \, (\cos \alpha , \cos \beta , \cos \gamma)$$



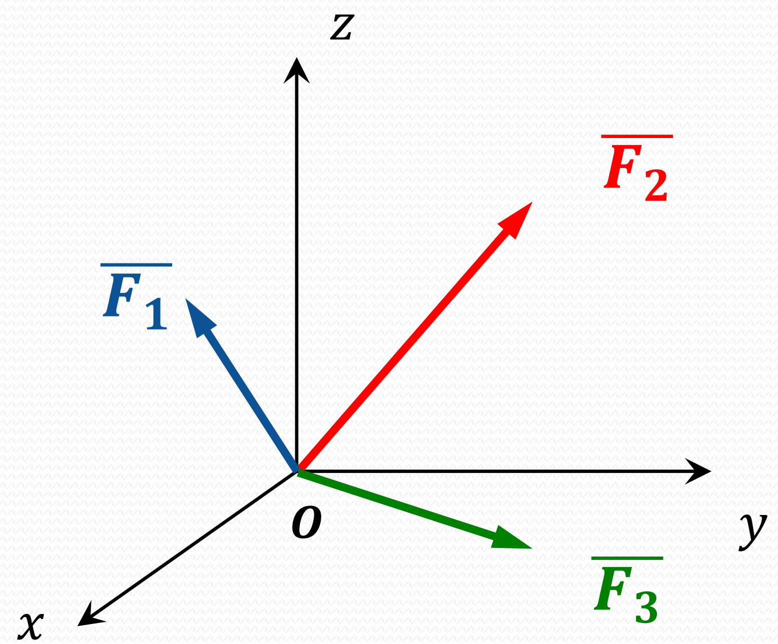
2.6 Suma de vectores cartesianos

2.6 Suma de vectores cartesianos

$$\overline{F_1} = (F_{1_x}, F_{1_y}, F_{1_z})$$

$$\overline{F_2} = (F_{2_x}, F_{2_y}, F_{2_z})$$

$$\overline{F_3} = (F_{3_x}, F_{3_y}, F_{3_z})$$



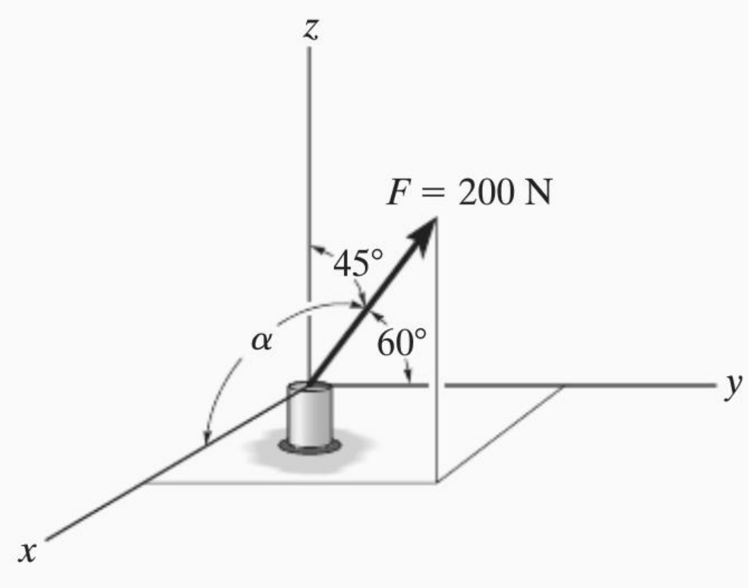
$$\overline{F_R} = \overline{F_1} + \overline{F_2} + \overline{F_3}$$

$$\overline{F_R} = \left[(F_{1_x} + F_{2_x} + F_{3_x}), \left(F_{1_y} + F_{2_y} + F_{3_y}\right), (F_{1_z} + F_{2_z} + F_{3_z})\right]$$

$$\overline{F_R} = (F_{R_x} + F_{R_y} + F_{R_z})$$

2.6 Suma de vectores cartesianos

Exprese la fuerza F=200N como un vector cartesiano



Datos:

$F = 200\ N$

$\alpha = ?$

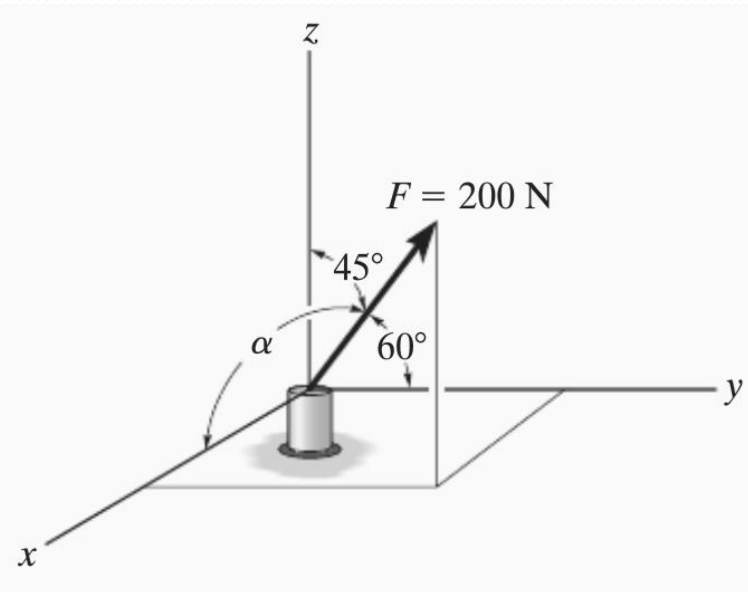
$\beta = 60°$

$\gamma = 45°$

Determinar:

$\bar{F} = ?$

2.6 Suma de vectores cartesianos



$$\cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$$

$$\cos^2\alpha = 1 - cos^2\beta - cos^2\gamma$$

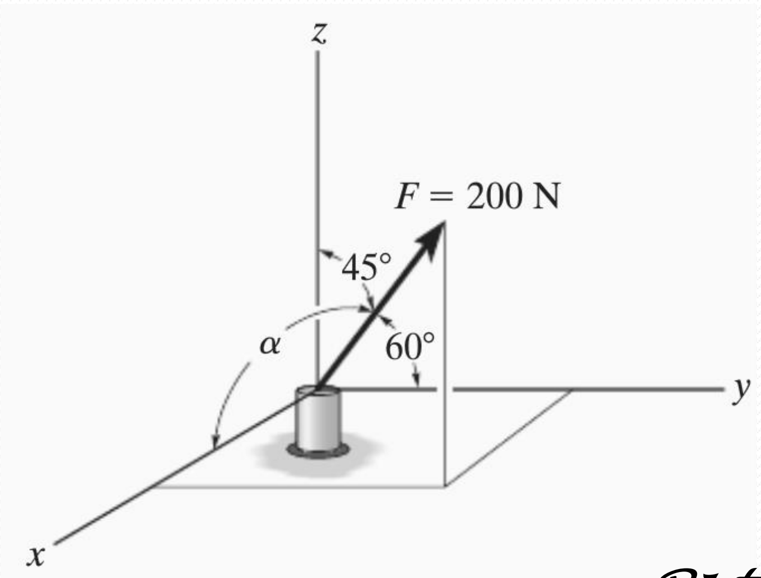
$$\cos^2\alpha = 1 - cos^2(60°) - cos^2(45°)$$

$$\cos^2\alpha = 0.25$$

$$\cos\alpha = \mp\sqrt{0.25}$$

$$\alpha = \begin{cases} 120° \\ 60° \end{cases}$$

2.6 Suma de vectores cartesianos



$$\bar{F} = F\,.\,\overline{\mu_F}$$

$$\bar{F} = F\,\frac{(F_x\,, F_y\,, F_z)}{F}$$

$$\bar{F} = F\,.\,(\cos\alpha\,, \cos\beta\,, \cos\gamma)$$

$$\bar{F} = 200(\cos 60°\,, \cos 60°\,, \cos 45°)$$

Rpta: $\bar{F} = (100, 100{,}141.4)\ N$

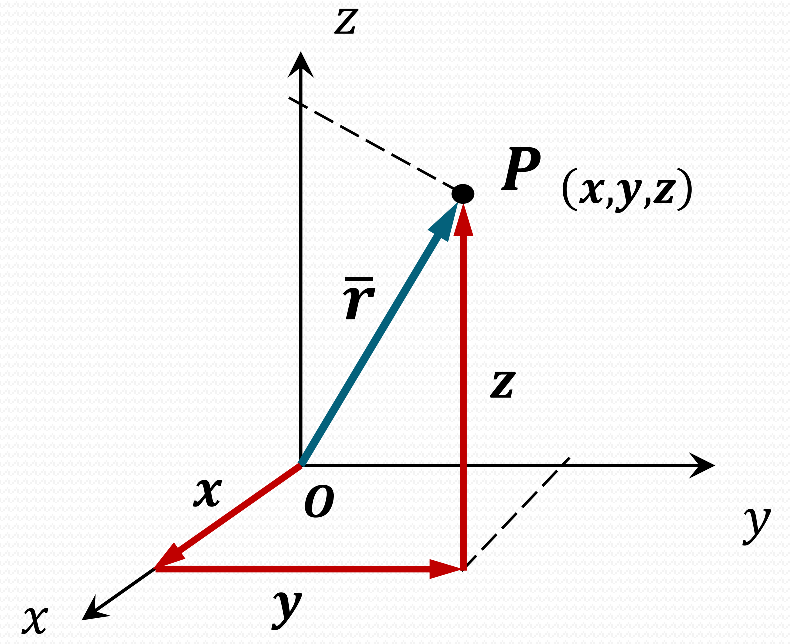
2.7 Vectores de posición

2.7 Vectores de posición

Vector fijo que localiza un punto en el espacio con relación a otro.

$\boldsymbol{r}$: Se extiende desde el origen $\boldsymbol{O}$ hasta el punto $\boldsymbol{P}_{(x,y,z)}$

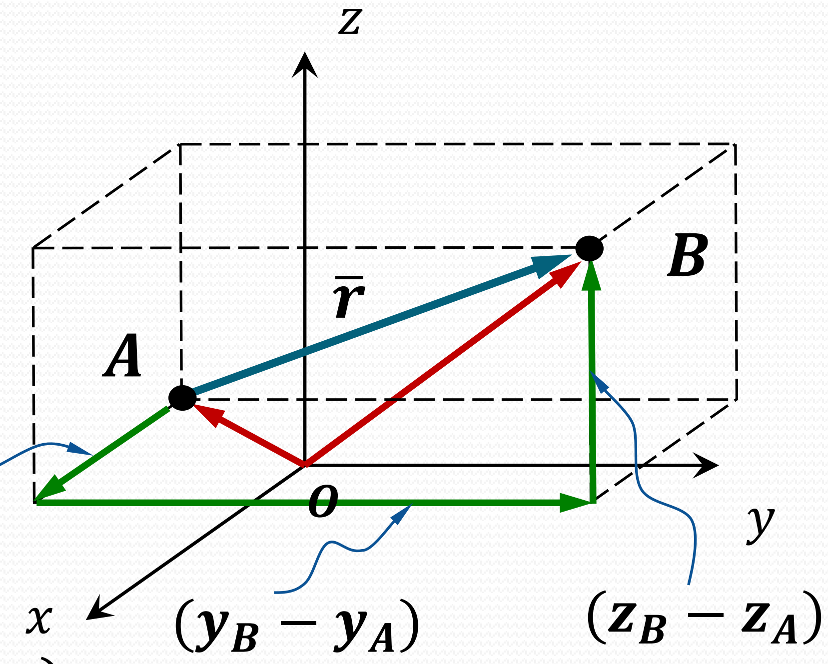
$$\bar{\boldsymbol{r}} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z})$$



2.7 Vectores de posición

Vector fijo que localiza un punto en el espacio con relación a otro.

$\boldsymbol{r_{AB}}$: Caso general, se extiende desde el punto $\boldsymbol{A}$ hacia el punto $\boldsymbol{B}$



$$\overline{\boldsymbol{r_{AB}}} = \overline{\boldsymbol{r_B}} - \overline{\boldsymbol{r_A}}$$

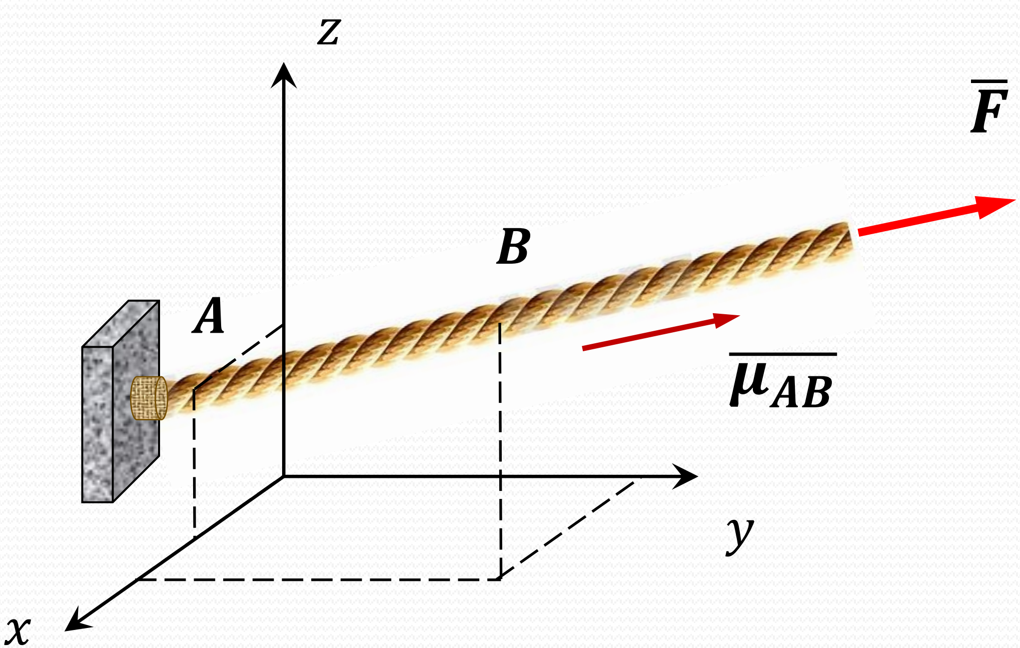
$$\overline{\boldsymbol{r_{AB}}} = (\boldsymbol{x_B}, \boldsymbol{y_B}, \boldsymbol{z_B}) - (\boldsymbol{x_A}, \boldsymbol{y_A}, \boldsymbol{z_A})$$

$$\overline{\boldsymbol{r_{AB}}} = (\boldsymbol{x_B - x_A}\ ,\ \boldsymbol{y_B - y_A}\ ,\ \boldsymbol{z_B - z_A})$$

2.8 Vectores fuerza dirigida a lo largo de una línea

2.8 Vectores fuerza dirigida a lo largo de una línea

Se cuenta con una **cuerda tensionada**, la cual está sujeta por un extremo de la pared

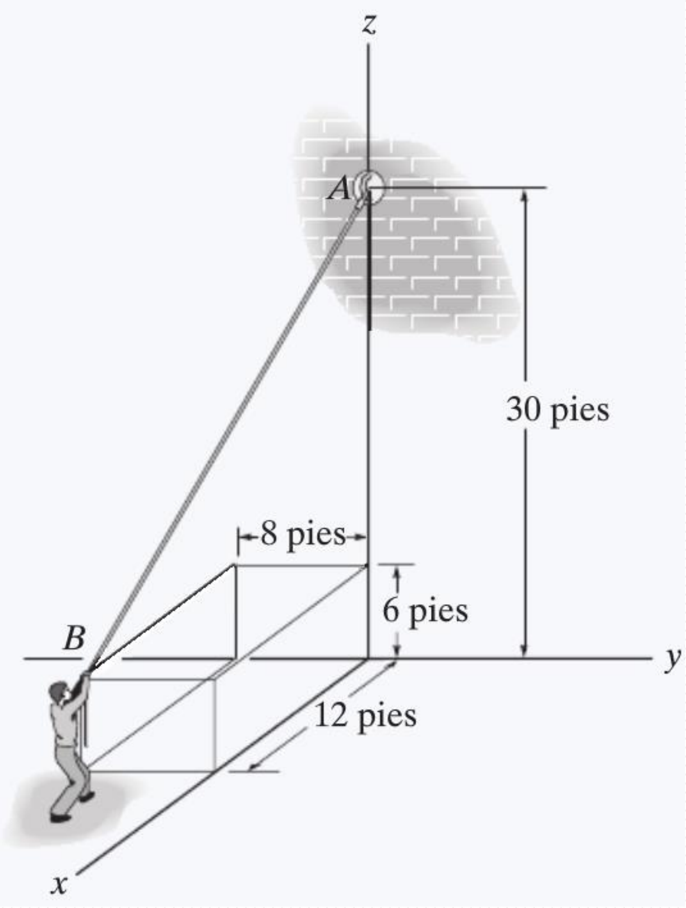


$$\overline{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{F} \,.\, \overline{\boldsymbol{\mu_{AB}}}$$

$$\overline{\boldsymbol{\mu_{AB}}} = \frac{\overline{\boldsymbol{r_{AB}}}}{|\boldsymbol{r_{AB}}|}$$

2.8 Vectores fuerza dirigida a lo largo de una línea

Exprese la fuerza F=70 lb como un vector cartesiano



Datos:

$F = 70 \text{ lb}$

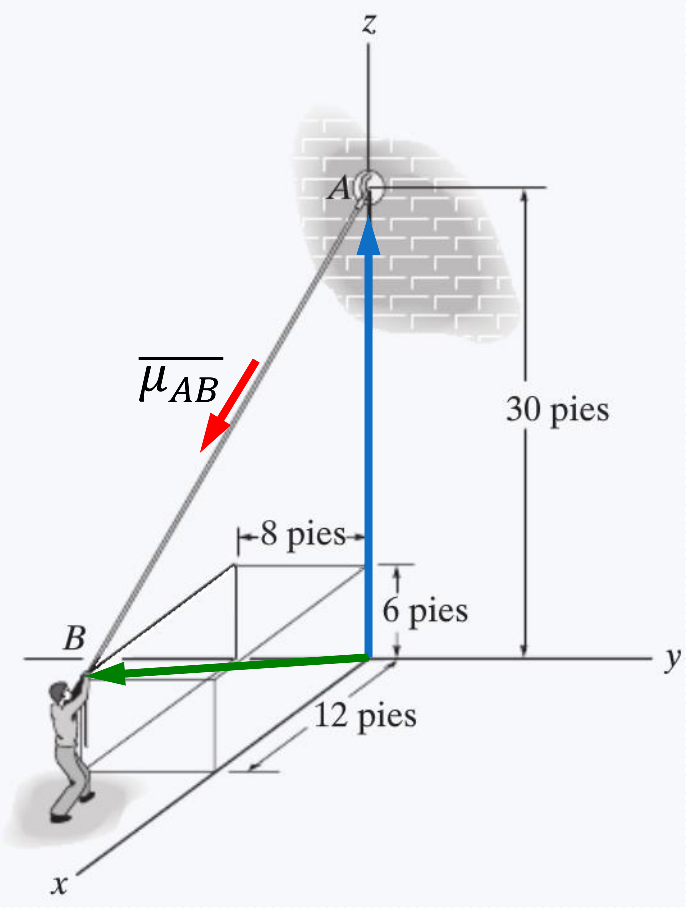
$A = (0, 0, 30)$

$B = (12, -8, 6)$

Determinar:

$\bar{F} = ?$

2.8 Vectores fuerza dirigida a lo largo de una línea



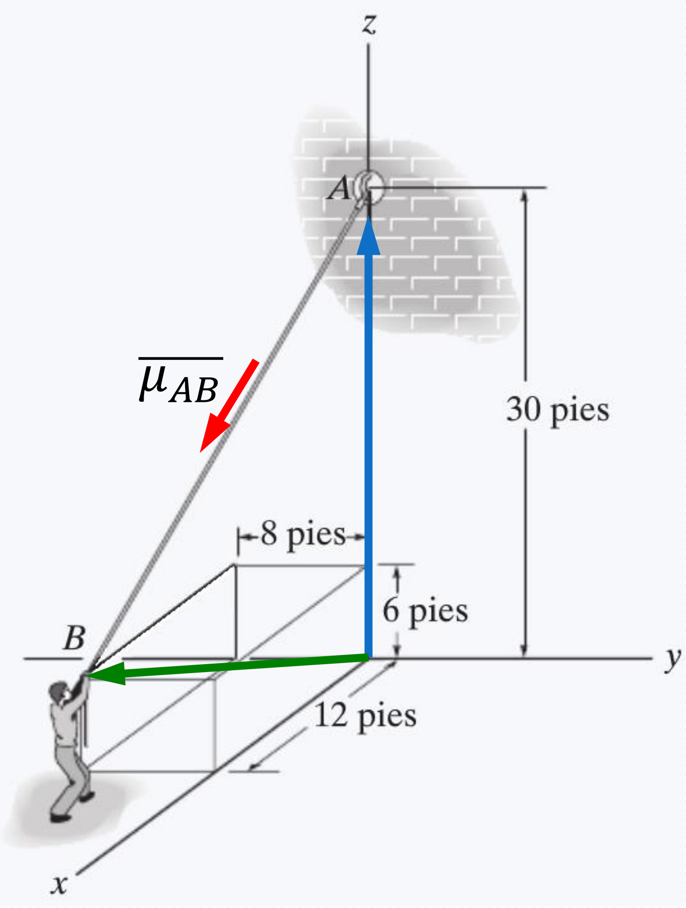
Determinar el vector unitario $\overline{\mu_{AB}} = \dfrac{\overline{r_{AB}}}{|r_{AB}|}$

$$\overline{r_B} = (12, -8, 6)$$
$$\overline{r_A} = (0, 0, 30)$$
$$\overline{r_{AB}} = (12, -8, -24)\ pie$$

$$\overline{\mu_{AB}} = \frac{\overline{r_{AB}}}{|r_{AB}|} = \frac{(12, -8, -24)}{\sqrt{(12)^2 + (-8)^2 + (-24)^2}}$$

$$\overline{\mu_{AB}} = \frac{(12, -8, -24)}{28} = (0.429, -0.286, -0.857)$$

2.8 Vectores fuerza dirigida a lo largo de una línea



Determinar la fuerza vectorial

$$\bar{F} = F\,.\overline{\mu_{AB}}$$

$$\bar{F} = F\,.\overline{\mu_{AB}} = 70\;(0.429, -0.286, -0.857)$$

Rpta: $\bar{F} = (30, -20, -60)\;lb$

2.9 Producto Punto

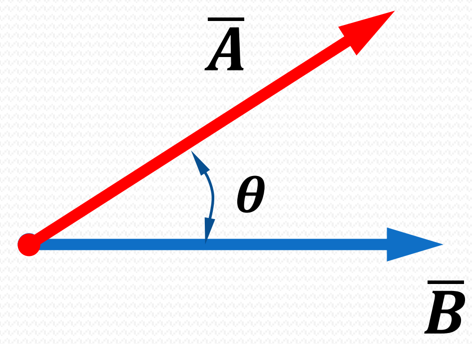
2.9 Producto Punto

Multiplica dos vectores y halla el **ángulo** entre estos.

$$\bar{\boldsymbol{A}} \cdot \bar{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{A} \,.\, \boldsymbol{B} .\, \boldsymbol{cos}\,\boldsymbol{\theta} \qquad \mathbf{0°} \leq \boldsymbol{\theta} \leq \mathbf{180°}$$

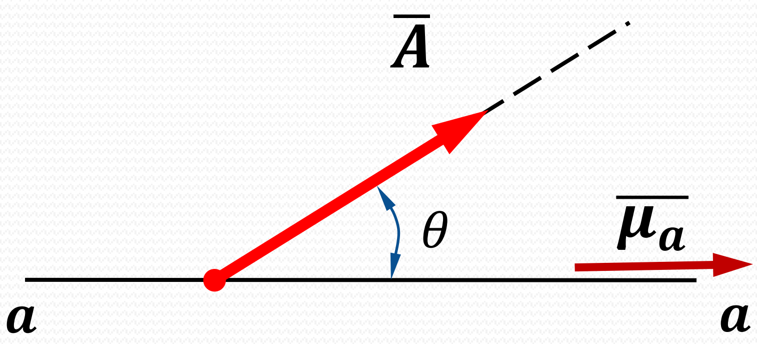
También llamado **producto escalar**, ya que el resultado es un valor escalar y NO un vector

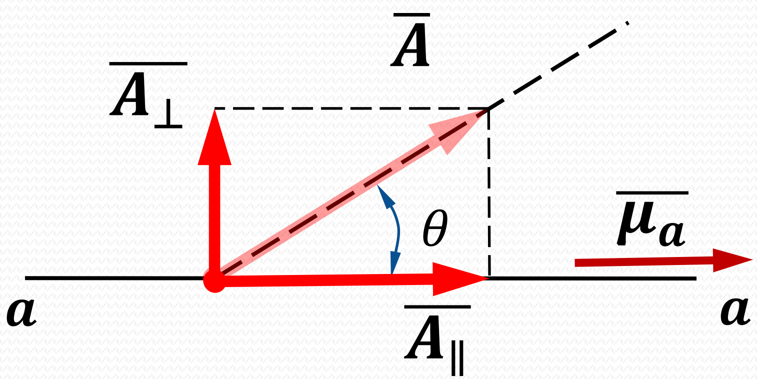
$$\bar{\boldsymbol{A}} \cdot \bar{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{A_x}.\boldsymbol{B_x} + \boldsymbol{A_y}.\boldsymbol{B_y} + \boldsymbol{A_z}.\boldsymbol{B_z}$$



2.9 Producto Punto

Aplicaciones





Proyección escalar de $\bar{A}$ a lo largo de la línea $a - a$

$$A_\parallel = \bar{A} \cdot \overline{\mu_a}$$

Proyección vectorial $\bar{A}$ a lo largo de la línea $a - a$

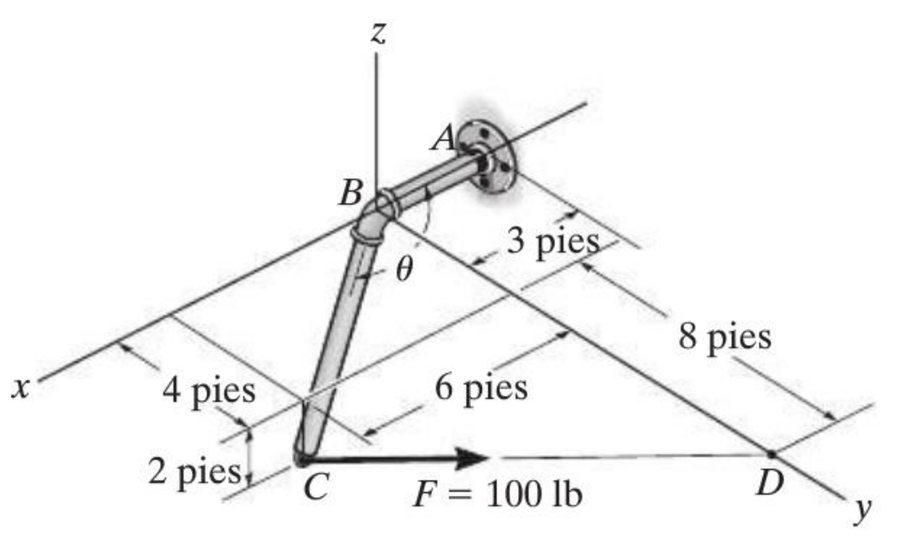
$$\overline{A_\parallel} = (\bar{A} \cdot \overline{\mu_a}) \cdot \overline{\mu_a}$$

Además:

$$\bar{A} = \overline{A_\parallel} + \overline{A_\perp}$$

2.9 Producto Punto

Determine magnitud de la componente de $F = 100\ lb$ que actúa a lo largo del eje BC de la tubería



Datos:

$F = 100\ lb$

$A = (-3, 0, 0)$

$C = (6, 4, -2)$

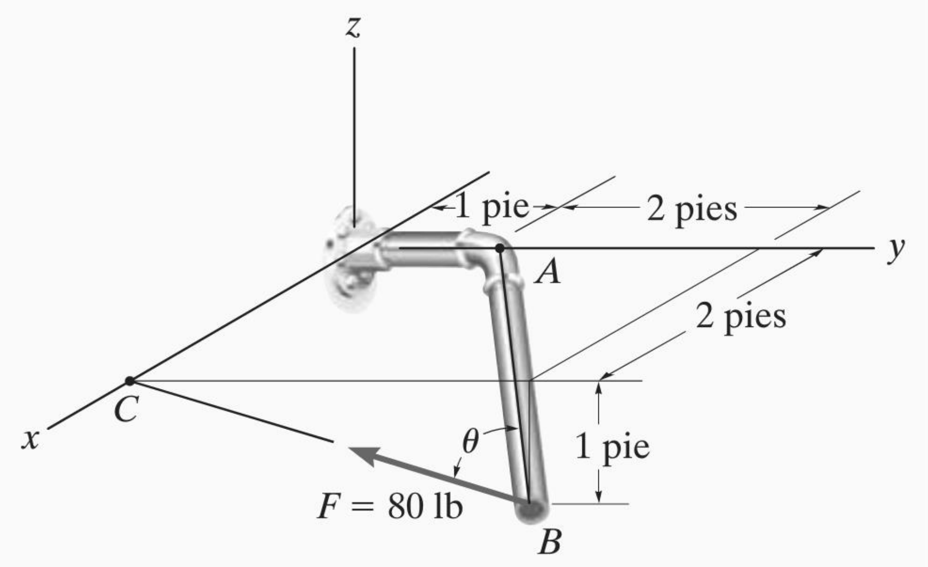
$D = (0, 12, 0)$

Determinar:

$F_{\parallel BC} = ?$

2.9 Producto Punto

La tubería esta sometida a $F = 80\ lb$. Determine el ángulo entre F y BA, así como las magnitudes de las componentes de F, las cuales son paralelas y perpendiculares a BA



Datos:

$F = 80\ lb$

$A = (0, 1, 0)$

$B = (2, 3, -1)$

$C = (2, 0, 0)$

Determinar:

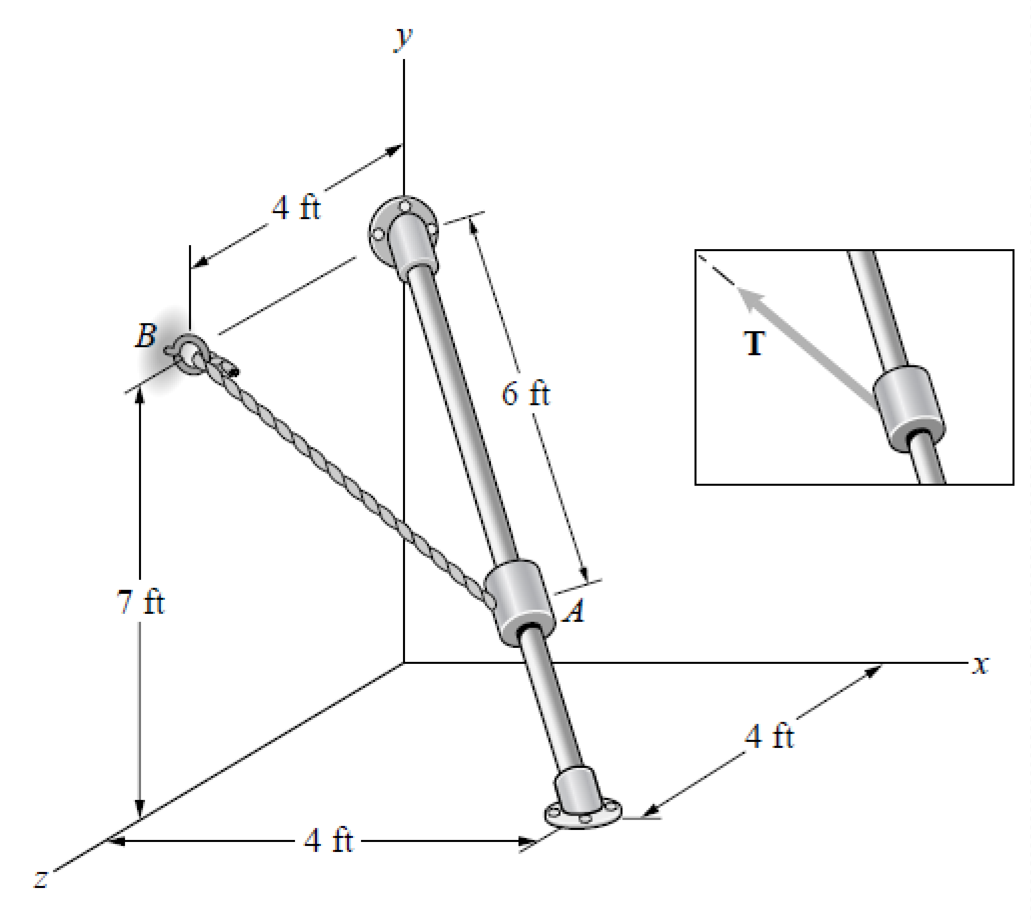
$\theta = ?$

$F_{\parallel BA} = ?$

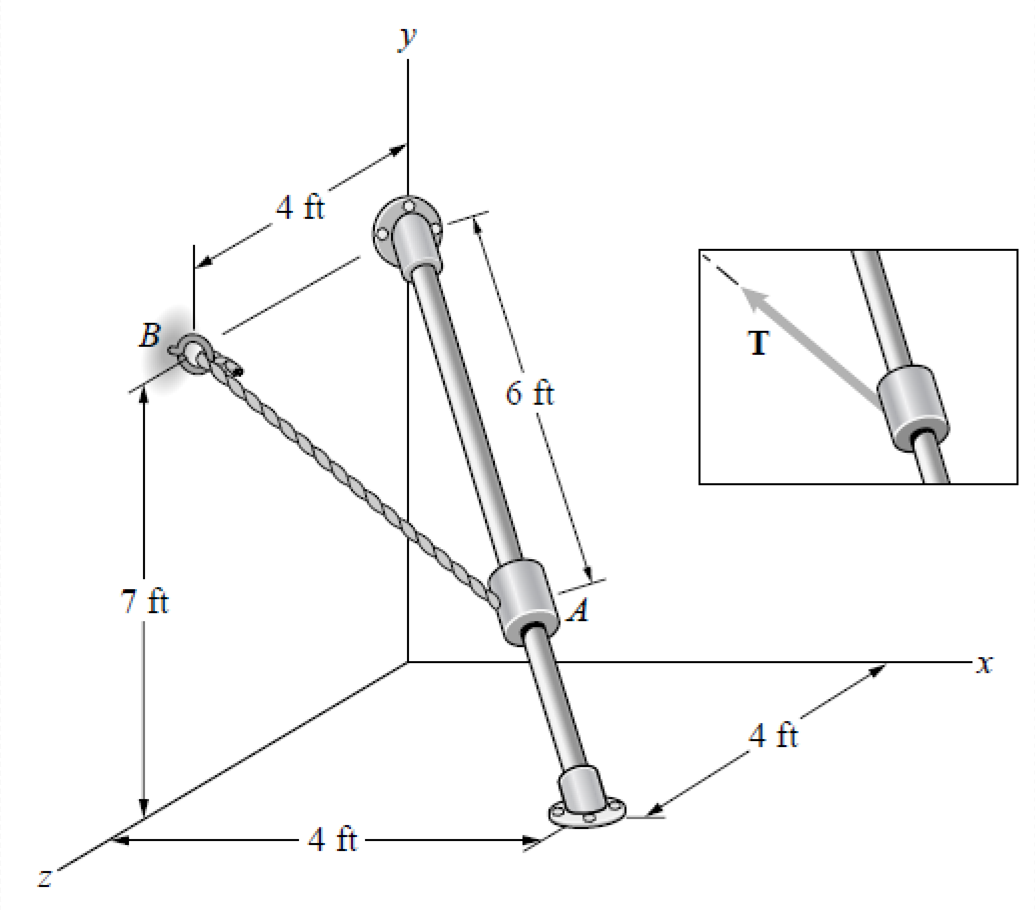
$F_{\perp BA} = ?$

Ejercicios propuestos

El cable ***AB*** ejerce una fuerza ***T*** igual a 32 lb sobre el collarín en A. Determinar la fuerza ***T*** como vector cartesiano.

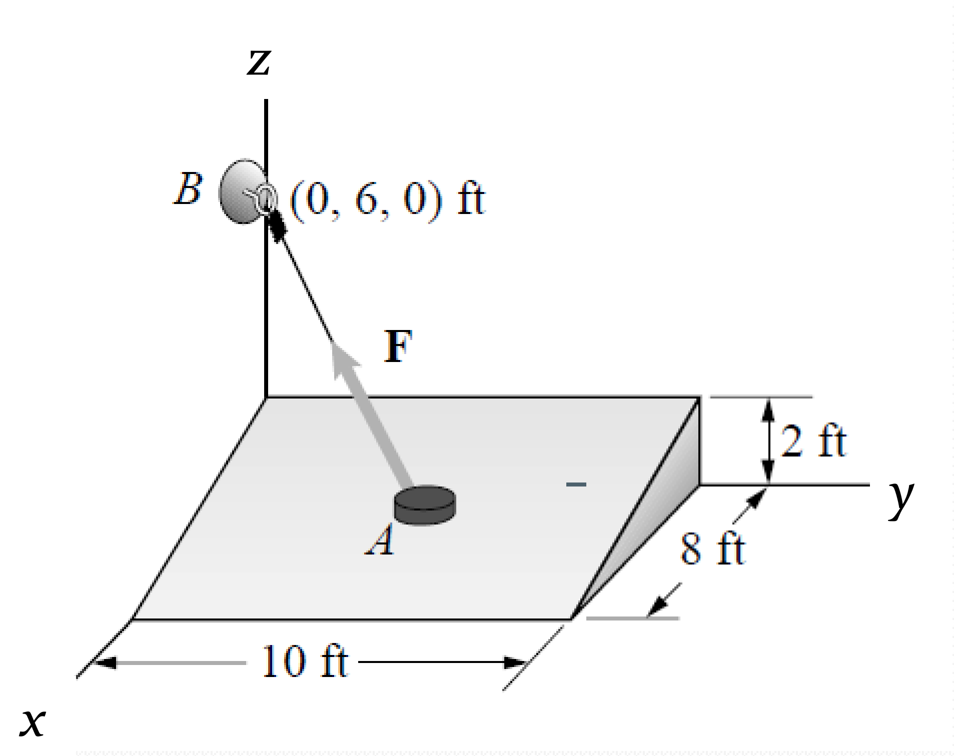


El cable ***AB*** ejerce una fuerza ***T*** igual a 32 lb sobre el collarín en A. Determinar la fuerza ***T*** como vector cartesiano.

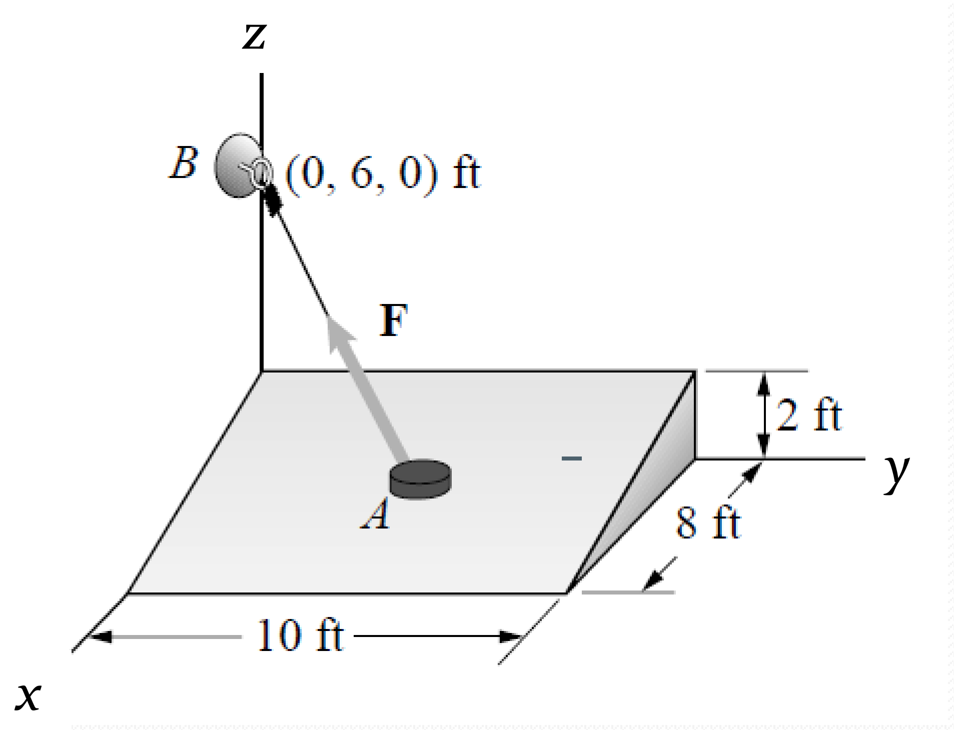


Rpta.: La fuerza T es igual a (7.705; -15.409; 26.966) lb .

El disco A está en el punto medio de la superficie inclinada. La cuerda de A hacia B ejerce 0.2 lb de fuerza ***F*** sobre el disco. Si se expresa ***F*** en términos de componentes de vector paralelo y perpendicular a la superficie, cual es la componente perpendicular a la superficie?.



El disco A está en el punto medio de la superficie inclinada. La cuerda de A hacia B ejerce 0.2 lb de fuerza ***F*** sobre el disco. Si se expresa ***F*** en términos de componentes de vector paralelo y perpendicular a la superficie, cual es la componente perpendicular a la superficie?.



Rpta.: La componente perpendicular a la superficie es igual a (0.023; 0; 0.093) lb .