

OPTIMIZACIÓN DE FORMA DE UN PARABOLOIDE HIPERBÓLICO DE HORMIGÓN

A. Tomás, P. Martí y M. A. Solano

Departamento de Estructuras y Construcción,
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial (ETSII)
Universidad Politécnica de Cartagena
Campus Muralla del Mar, 30202 Cartagena, España
e-mail: antonio.tomas@upct.es, web <http://www.upct.es/~deyc/>

Palabras clave: Optimización, Láminas, Hormigón.

Resumen. *Exponemos en esta comunicación, la optimización de forma de una estructura laminar de hormigón formada por la intersección de tres paraboloides hiperbólicos. Como funciones objetivo se emplean la energía de deformación, el peso y la tensión de tracción. Las variables son los parámetros que gobiernan la geometría de la estructura y los espesores de la lámina y los nervios. Las restricciones se refieren al espesor mínimo de la lámina, a las tensiones en el hormigón, y a diversos parámetros de control geométrico. Se concluye que con pequeños cambios en la forma de la lámina, puede mejorarse sensiblemente su comportamiento estructural.*

1. INTRODUCCIÓN

La distribución triangular de tensiones en el espesor de una sección de hormigón es siempre antieconómica, puesto que solamente las fibras extremas están solicitadas a su máximo. Pero lo es aún más en materiales birresistentes, en los que la resistencia a tracción es solamente una pequeña fracción de la de compresión, y la capacidad de carga de la sección se agota tan pronto como tales valores mínimos se alcanzan en las fibras extremas.

En las estructuras laminares, la aparición de flexiones y, en general, su comportamiento resistente, depende esencialmente de la forma. Aunque las láminas puedan adoptar una forma cualquiera, son sin duda las láminas de doble curvatura las que mayores ventajas presentan, pues se puede conseguir evitar la aparición de momentos flectores en ellas. Además, estas superficies disponen de una forma que es prácticamente inmutable si los esfuerzos a los que están sometidas son razonablemente pequeños, y estará siempre en equilibrio, sin flexiones, independientemente de la forma y distribución de las cargas. Teniendo en cuenta estos factores, las láminas de hormigón de doble curvatura pueden ser tan delgadas como sea práctica y económicamente posible construirlas [1].

El desarrollo de las técnicas de optimización, utilizadas en un entorno de continuo avance en la potencia de los ordenadores y en las capacidades gráficas de los mismos, pueden ser unas herramientas muy eficaces que nos permitan obtener una serie de diseños geométricos alternativos que mejoren el comportamiento mecánico, cumpliendo las condiciones de diseño (restricciones tensionales, condiciones constructivas, etc.), de una forma “óptima” (peso mínimo, rigidez máxima, nivel tensional mínimo, etc.) [2][3].

En esta comunicación se expone la optimización de forma de la estructura laminar de hormigón, que constituye el edificio de acceso al Parque Oceanográfico de la ciudad de Valencia (Figura 1). Esta lámina fue diseñada por Félix Candela. La geometría de la estructura resulta de la intersección de tres lóbulos cuyas superficies medias describen la forma de un paraboloides hiperbólico. Tras analizar el comportamiento del modelo de Félix Candela, se realizan diversos procesos de optimización bajo un estado de cargas gravitatorias predominantes. Se han empleado distintas funciones objetivo como la energía de deformación, el peso total de la estructura y el nivel tensional de tracción en ambas caras de la lámina. Las variables utilizadas han sido los parámetros que gobiernan la geometría de la estructura y los espesores de la lámina y de los nervios. Las restricciones se refieren al espesor mínimo de la lámina, a las tensiones en el hormigón, y a diversos parámetros de control geométrico [4].

2. FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRUCTURAS

El objetivo del diseño óptimo de estructuras es obtener un diseño, es decir, un conjunto de valores de las *variables de diseño*, que haga mínima una *función objetivo* y cumpla una serie de *restricciones* que dependen de las variables.

Las *variables de diseño* de una estructura pueden ser: propiedades de la sección transversal de los elementos (áreas, espesores, momentos de inercia, etc.); parámetros de geometría de la estructura [5]; topología de la estructura (nudos y conexiones de los elementos), y propiedades

del material de la estructura. El tipo de optimización a realizar dependerá del tipo de variables que se consideren. Tradicionalmente se ha buscado el diseñar las estructuras de peso mínimo, lo que ha conducido a que la *función objetivo* más habitual sea el peso de la estructura. Sin embargo, en otras aplicaciones el peso no es el factor determinante y se recurre al empleo de otras funciones objetivo, tales como el costo, la fiabilidad, la rigidez, etc. Las *restricciones* son las condiciones que debe cumplir el diseño para que pueda ser considerado válido.



Figura 1. Construcción del Edificio de Acceso al Parque Oceanográfico (Valencia)

En términos matemáticos, el problema de diseño óptimo se puede formular como:

Encontrar el vector de variables de diseño \mathbf{x} que

$$\begin{aligned} \text{minimice:} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeto a:} \quad & h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m_i \\ & g_k(\mathbf{x}) \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, m_d \\ & x_i^I \leq x_i \leq x_i^S \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

siendo: \mathbf{x} el vector n -dimensional de variables de diseño; $f(\mathbf{x})$ la función objetivo; $h_j(\mathbf{x})$ la restricción de diseño de igualdad j ; $g_k(\mathbf{x})$ la restricción de diseño de desigualdad k ; m_i el número de restricciones de igualdad; m_d el número de restricciones de desigualdad; n el número de variables, y x_i^I (x_i^S) el límite inferior (superior) de la variable i .

El problema planteado de esta manera se puede resolver, de forma transparente al usuario, mediante diferentes métodos (Programación Matemática, Algoritmos genéticos, etc.).

3. DESCRIPCIÓN Y MODELADO DE LA ESTRUCTURA

3.1. El paraboloides hiperbólico (HYPAR)

Los paraboloides hiperbólicos contienen dos sistemas de generatrices rectas, siendo cada uno de estos sistemas paralelo a un plano director (Figura 2). La intersección de ambos planos directores define el eje z y forman entre sí un ángulo w . Si este ángulo es recto, la superficie media de la lámina puede expresarse en coordenadas cartesianas como

$$z = Kxy \quad (1)$$

y en coordenadas cilíndricas como

$$z = Kr^2 \operatorname{sen}(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{a}) \quad (2)$$

donde K es una constante que denominaremos *constante de la superficie*.

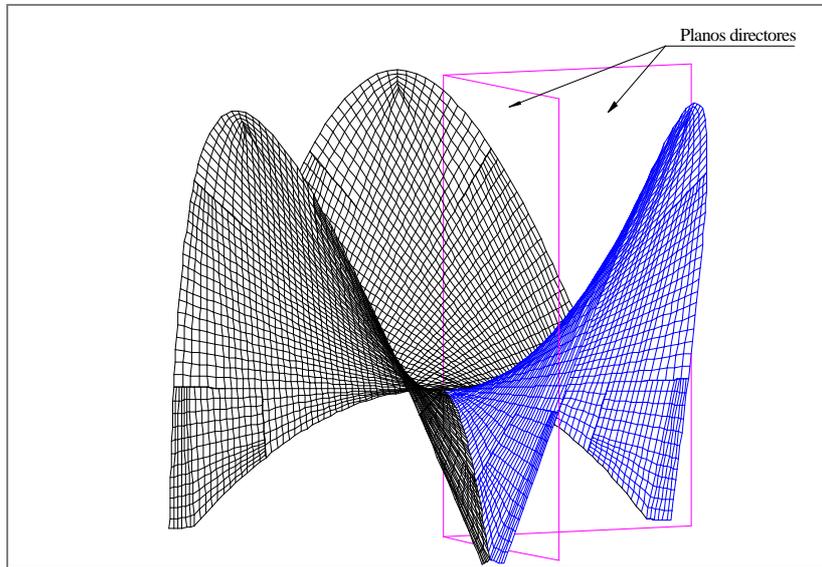


Figura 2. Planos directores de un paraboloides hiperbólico

En el caso de que el ángulo w adopte un valor distinto de 90° , la expresión genérica en coordenadas cilíndricas [4], que define la superficie de la lámina es

$$z = Kr^2 g(\mathbf{a}, w) f(\mathbf{a}, w) \quad (3)$$

siendo

$$g(\mathbf{a}, w) = \left[\cos\left(\frac{90+w}{2} - \mathbf{a}\right) - \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{90+w}{2} - \mathbf{a}\right)}{\operatorname{tg}(w)} \right] \quad (4)$$

$$f(\mathbf{a}, \mathbf{w}) = \left[\cos\left(\mathbf{a} - \frac{90 - \mathbf{w}}{2}\right) - \frac{\sin\left(\mathbf{a} - \frac{90 - \mathbf{w}}{2}\right)}{\operatorname{tg}(\mathbf{w})} \right] \quad (5)$$

La superficie así definida es de doble curvatura anticlástica, es decir, las dos curvaturas principales tienen su concavidad en direcciones opuestas, en oposición a las superficies sinclásticas o cupuliformes, en las que las curvaturas principales llevan la misma dirección. El ángulo \mathbf{w} puede tomar cualquier valor, pero cuando éste es recto el paraboloides así formado se denomina equilátero, y tiene la característica de que los dos sistemas de parábolas principales poseen la misma curvatura. Cuando el ángulo \mathbf{w} no es recto las parábolas contenidas en los cuadrantes agudos son más planas que las contenidas en los cuadrantes obtusos [6].

Esta superficie reglada se ha definido matemáticamente de forma general, por lo que resulta necesario acotarla para obtener una superficie finita que pueda ser utilizada como modelo de diseño en nuestro estudio. En particular, y debido a la simetría de la superficie, hemos de obtener el conjunto de puntos que representan uno de los tres lóbulos que forman la estructura completa.

La intersección de un paraboloides con el inmediatamente contiguo a él forma una parábola convexa contenida en un plano vertical. Los tres planos verticales que contienen a las tres parábolas convexas, dividen el espacio en tres sectores que forman un mismo ángulo entre sí, en cada uno de los cuales se ubica un lóbulo.

Por otra parte, los puntos que definen los extremos de las parábolas sobre las que apoya la estructura, están contenidos en un plano horizontal que denominaremos *plano de cimentación* (Figura 3). Éste se localiza a una distancia c por debajo del origen de coordenadas, formado este último por el punto de intersección de los tres hiperparabólicas, por lo que su expresión es

$$z = -c \quad (6)$$

Por último, sólo nos queda definir el borde libre curvo del lóbulo, que vendrá determinado por un *plano inclinado* que contendrá a la línea que une los puntos más salientes del plano de cimentación (R_2 y R_2') y formará un ángulo \mathbf{b} con éste (Figura 3).

3.2. Modelo CAD

Para generar el modelo CAD se ha definido un sistema de coordenadas cilíndrico global con origen en el punto de intersección de los tres paraboloides que componen la estructura laminar, a partir del cuál se obtienen las áreas que definen la superficie media de la estructura. Para ello se utiliza el programa de elementos finitos ANSYS, en el que se ha programado la siguiente secuencia de operaciones:

- Obtención de un conjunto de puntos (*keypoints*) contenidos en la superficie media;
- unión de los puntos mediante líneas curvas (*splines*); y
- obtención de superficies regladas (*patches de Coons*) a partir de las *splines* para generar la geometría de la estructura.

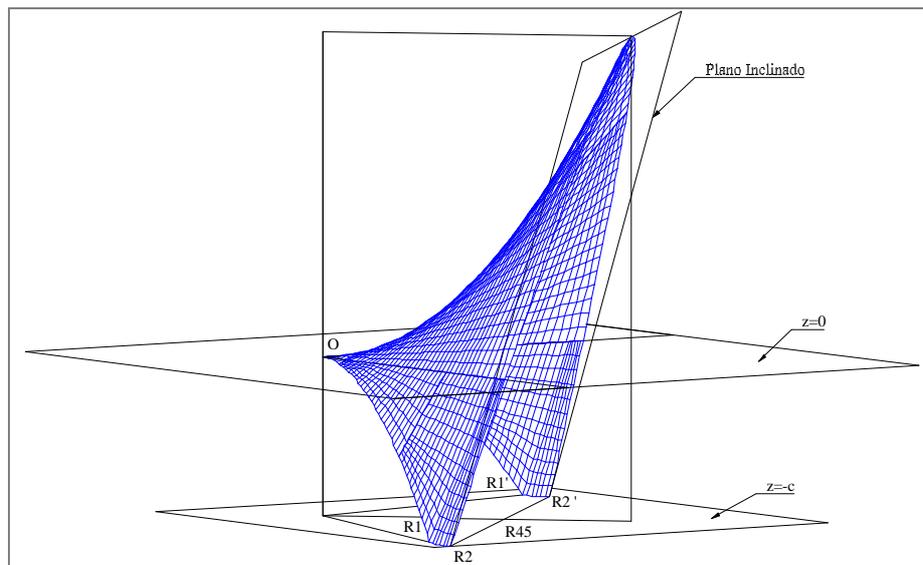


Figura 3. Vista isométrica de los planos de cimentación e inclinado

De este modo resultan 1945 *keypoints*, que unidos de 6 en 6 forman 432 *splines*, las cuales componen los 216 *patches de Coons* que conforman el modelo (Figura 4).

Además, la lámina se ha reforzado mediante dos tipos de nervios [7], uno discurre desde cada uno de los apoyos al centro de la estructura (nervios principales), y el otro circunda un pequeño orificio central practicado en la lámina para evitar problemas en el mallado, abarcando una banda de 20 cm de ancho (nervio del orificio).

Este modelo CAD se ha implementado en ANSYS en función de unos parámetros de diseño, por lo que se puede modificar la forma de la estructura variando los valores de los mismos. Los parámetros empleados son de dos tipos, los de control geométrico y los espesores de los elementos que forman la estructura:

- **K** Constante de la ecuación de la superficie media del paraboloide hiperbólico. Este parámetro establece la pendiente de las parábolas del hyper. Cuanto mayor sea el valor de K , más agudas serán las parábolas y en consecuencia, mayor será la altura máxima de la estructura.
- **b** Ángulo de inclinación del plano que define el borde libre del hyper con respecto a la horizontal. Este ángulo es un indicador que nos proporciona información acerca de cuánto sobresale en voladizo el borde libre. Al disminuir b el borde libre sobresale más y aumenta la altura total del paraboloide.
- **w** Ángulo formado por los ejes directores del paraboloide hiperbólico. Una pequeña variación de este ángulo provoca un importante alteración de la altura total del paraboloide. Al disminuir w las parábolas contenidas en los cuadrantes agudos son más planas que las contenidas en los cuadrantes obtusos y, en consecuencia, la altura total es menor.
- **C** Distancia del punto de intersección de los tres paraboloides hiperbólicos con el

plano de cimentación, es decir, la altura del hypar en su centro. Este parámetro es fijo en los distintos procesos de optimización, adoptando el valor 6,5 m.

- d Ángulo que define cada apoyo con respecto al eje x . Este parámetro es fijo en los distintos procesos de optimización, adoptando el valor 10° .
- e_1 Espesor de la lámina.
- e_2 Espesor del nervio del orificio.
- e_3 Espesor de los nervios centrales.

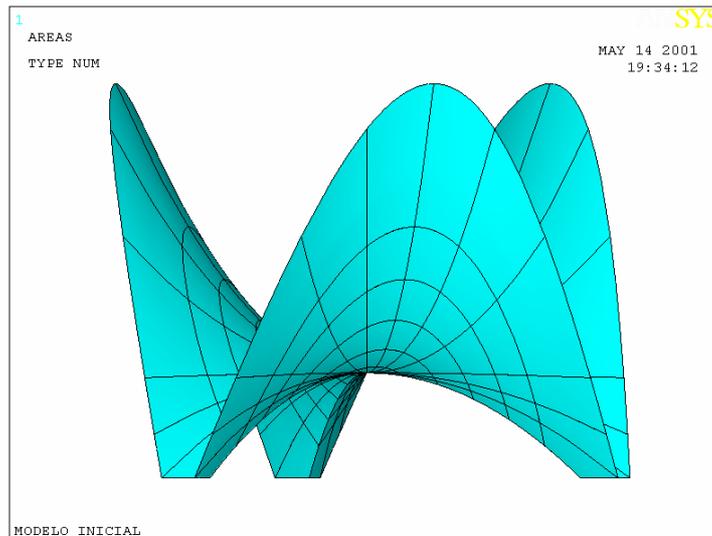


Figura 4. Modelo CAD de la estructura

3.3. Modelo de análisis

Debido a la simetría de la estructura, los distintos análisis se realizarán sobre un sextante de la misma. Una vez formado el modelo CAD, hay que generar la malla de elementos finitos, asignarle propiedades mecánicas, establecer las condiciones de contorno y aplicar solicitaciones sobre la estructura.

Previo al proceso de **mallado** de las áreas del modelo CAD, se define el espesor, el material, el tipo de elemento y las características geométricas de los elementos mallados en cada área. Al modelo se le practica un pequeño orificio circular con centro en el punto de intersección de los tres paraboloides hiperbólicos y con un diámetro de 10 cm. De esta forma evitamos los problemas de mallado existentes en esta zona, motivados por la distorsión que tienen los elementos generados en las áreas cercanas al centro, las cuales poseen ángulos muy agudos.

El **material** de la estructura es hormigón más una malla de armaduras de acero, dispuesta en la superficie media para contrarrestar los efectos reológicos del hormigón, que pueden tener un valor considerable al poseer la lámina un espesor muy pequeño en comparación con el resto de dimensiones. Por tanto, en el análisis no se ha tenido en cuenta la colaboración de

esta armadura, exceptuando que se ha considerado el peso específico del material igual al utilizado habitualmente para el hormigón armado, debido a la importante influencia del peso específico del acero sobre el peso específico del conjunto debido al pequeño espesor de la sección transversal de la lámina. Las propiedades mecánicas del material utilizado [7] se han determinado a partir de la Instrucción Española de Hormigón Estructural EHE (Tabla 1).

g (kN/m ³)	25,00
f_{ck} (MPa)	30,00
$f_{ct,k}$ (MPa)	2,03
f_{cd} (MPa)	20,00
$f_{ct,d}$ (MPa)	1,35
E (MPa)	28576,79
n	0,20

Tabla 1. Propiedades mecánicas del material (hormigón)

El tipo de **elemento** utilizado es el *Shell93* de ANSYS. Es un elemento de 8 nodos, seis grados de libertad por nodo, tres traslaciones en las direcciones x , y y z , y tres rotaciones del nodo sobre dichos ejes. Las funciones de forma en ambas direcciones x e y son cuadráticas. Tiene capacidad para soportar plasticidad y grandes deformaciones. El elemento puede disponer de espesor variable, cuya variación se realiza a través de él cuando los espesores de los cuatro nodos situados en las esquinas posean valores diferentes. La tensión normal a través del espesor varía linealmente, mientras la tensión cortante se asume que es constante a través de todo el espesor.

Debido a la simetría de cargas y de geometría, se ha realizado el análisis de un lóbulo con una amplitud de 60° , aplicando **condiciones de contorno** de simetría a los nodos contenidos en los planos de simetría, e impidiendo los desplazamientos x , y y z a los nodos contenidos en el plano de cimentación.

En la evaluación de las **acciones** se ha utilizado la Norma Española NBE AE-88, considerando el peso propio de la estructura y una sobrecarga de 1 kN/m^2 . La acción del viento no se ha considerado por su escasa influencia, pues adoptando una hipótesis simplificada y conservadora para la introducción de esta acción en el modelo, resulta, en el caso de la hipótesis de combinación más desfavorable, sólo una influencia del 3 % sobre las gravitatorias.

4. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO DEL PARABOLOIDE HIPERBÓLICO

4.1. Funciones objetivo

Las funciones objetivo empleadas han sido:

- Energía de deformación de la estructura;
- peso total de la misma; y

- mayor tensión principal de tracción de los nodos definidos en el modelo.

4.2. Variables de diseño

Se ha empleado las siguientes variables de diseño, cuyos valores iniciales fueron propuestos por Félix Candela para el diseño del edificio de acceso al Parque Oceanográfico de Valencia:

- K Constante de la ecuación de la superficie media del paraboloides hiperbólico. En los procesos de optimización se parte de un valor $0,14 \text{ m}^{-1}$, estableciendo un valor mínimo de $0,13 \text{ m}^{-1}$ y un valor máximo de $0,17 \text{ m}^{-1}$.
- b Ángulo de inclinación del plano que define el borde libre del hyper con respecto a la horizontal. Su valor inicial es 75° , y se establece un intervalo de variación comprendido entre 74° y 75° , pues el diseño es muy sensible a esta variable. Con este intervalo conseguimos que la altura de la estructura no sea inferior a 19 m.
- w Ángulo formado por los ejes directores del paraboloides hiperbólico. Se asigna como valor inicial 90° (paraboloides equiláteros). Se ha establecido un valor mínimo de 84° y máximo de 91° .
- e_1 Espesor de la lámina. Se ha decidido fijar un espesor mínimo de 6 cm por condiciones constructivas, que también ha sido utilizado como valor inicial. En los procesos de optimización se establecen dos mínimos de 6 y 8 cm según el caso.
- e_2 Espesor del nervio del orificio. Se toma 8 cm como valor inicial, estableciendo, igual que en el caso anterior, un valor mínimo de 6 cm.
- e_3 Espesor de los nervios centrales. El valor inicial es 35 cm, y se establece un intervalo de variación entre 6 y 40 cm.

4.3. Restricciones

Se han restringido las tensiones máximas, tanto las de compresión s_c como las de tracción s_t , en función de las resistencias de cálculo del material que constituye la lámina:

$$s_t \leq f_{ct,d} = 1,35 \text{ MPa}$$

$$s_c \leq 0,85f_{cd} = 17 \text{ MPa}$$

También se han restringido dos parámetros de forma del paraboloides hiperbólico, la altura del punto superior del borde libre y el radio o distancia del eje z al apoyo. Esto es así porque, en el proceso de optimización, el valor de estos parámetros tiende a disminuir, distorsionando de tal modo la geometría de la estructura que dejaría de adoptar la forma del paraboloides hiperbólico, y estéticamente no podría satisfacer el cometido para el que se ha diseñado. Los valores mínimos establecidos son 19 m para la altura del borde libre y 11,5 m para el radio.

5. RESULTADOS

Primeramente se ha realizado el análisis del modelo que propuso Félix Candela para el Parque Oceanográfico, el cual ha sido adoptado como modelo inicial. Este análisis nos ha permitido conocer información relevante, como el valor de las tensiones y desplazamientos de

la estructura, y su carga crítica de pandeo. A continuación se ejecutan diversos procesos de optimización con el fin de mejorar su comportamiento estructural bajo diversas combinaciones de acciones. Hemos clasificado los distintos procesos de optimización del modelo inicial en dos grupos:

- Según la función objetivo empleada (energía de deformación, peso, o nivel tensional de tracción), y
- según el espesor mínimo permitido a la lámina (8 ó 6 cm).

Para cada una de las funciones objetivo se han realizado dos procesos de optimización en función del espesor mínimo permitido.

Además, se ha efectuado un estudio del pandeo de la estructura para el modelo inicial con tres espesores distintos y para los diseños óptimos, mediante dos tipos de análisis, uno de estabilidad inicial y otro no lineal geométrico.

En la Tabla 2 se exponen los valores finales de las variables de geometría en los distintos procesos de optimización. Además, se ha considerado interesante mostrar los valores finales de dos parámetros geométricos, uno es la altura del borde libre del paraboloide y el otro es el radio o distancia en planta desde el centro de la estructura hasta uno de sus apoyos. Estos parámetros, al compararlos en los distintos procesos, nos pueden aportar una mayor claridad al intentar visualizar los cambios producidos en la geometría del modelo inicial.

Proceso	e_1 (cm)	e_2 (cm)	e_3 (cm)	K (m^{-1})	w	Radio (m)	Altura (m)
Modelo inicial	6,00	8,00	35,00	0,140	90,00°	13,63	24,39
ED ($e_{min} = 6$ cm)	6,12	6,00	36,21	0,158	85,42°	11,87	19,04
ED ($e_{min} = 8$ cm)	8,00	9,54	40,00	0,165	84,98°	11,54	19,00
Peso ($e_{min} = 6$ cm)	6,00	7,19	26,43	0,150	85,87°	12,27	19,02
Peso ($e_{min} = 8$ cm)	8,00	8,10	33,31	0,141	86,45°	12,79	19,05
S_t ($e_{min} = 6$ cm)	15,94	8,09	38,46	0,139	86,53°	12,91	19,01

ED Energía de deformación; S_t tensión de tracción; e_{min} espesor mínimo

Tabla 2. Procesos de optimización. Valores finales de las variables de geometría

Puede observarse que el valor del ángulo w (ángulo formado por los ejes directores) disminuye su valor en todos los procesos de optimización, por lo que el paraboloide hiperbólico deja de ser equilátero. Por otra parte, la altura del modelo inicial disminuye en todos los procesos tendiendo al valor mínimo establecido de 19 m. En cuanto a los espesores de la lámina, cabe destacar cómo disminuyen al valor mínimo permitido cuando se optimiza la energía de deformación y el peso, mientras que cuando se optimiza la máxima tensión de tracción el espesor de la lámina aumenta a casi 16 cm, lo que indica el alto coste que supondría encontrar una forma de la lámina con comportamiento en estado membrana bajo restricciones de tipo geométrico.

En la Tabla 3 se muestran los valores finales de las funciones objetivo, además de tres

parámetros más que pueden resultar interesantes al realizar comparativas, el espesor de la lámina e_1 , la máxima tensión de compresión $s_{c,máx}$ y el máximo desplazamiento vertical $U_{z,máx}$.

Conviene resaltar, a la luz de los resultados obtenidos, que en todos los procesos de optimización el máximo desplazamiento vertical de la estructura es inferior a 4 mm, las tensiones máximas de compresión se mantienen por debajo de 5 MPa, y las tensiones máximas de tracción adoptan un valor inferior a la resistencia de cálculo a tracción del hormigón. En el caso de que la función objetivo sea esta tensión de tracción, el valor del peso duplica aproximadamente los valores obtenidos en el resto de procesos de optimización, sin embargo no se consigue una apreciable disminución de la tensión de tracción, lo que ratifica el alto coste de la obtención del estado membrana con restricciones comentado anteriormente.

Proceso	Funciones objetivo			e_1 (cm)	$S_{c,máx}$ (MPa)	$U_{z,máx}$ (mm)
	ED (N·m)	Peso (Kg)	S_t (MPa)			
Modelo inicial	881,77	47383	2,19	6,00	7,89	8,73
ED ($e_{mín} = 6$ cm)	297,94	33017	1,33	6,12	4,96	3,90
ED ($e_{mín} = 8$ cm)	300,66	44328	1,29	8,00	4,22	3,25
Peso ($e_{mín} = 6$ cm)	318,29	30954	1,26	6,00	4,89	3,94
Peso ($e_{mín} = 8$ cm)	367,20	43137	1,10	8,00	4,27	3,27
S_t ($e_{mín} = 6$ cm)	514,36	76787	1,05	15,94	4,75	2,26

ED Energía de deformación; S_t tensión de tracción; $e_{mín}$ espesor mínimo

Tabla 3. Procesos de optimización. Valores finales de las funciones objetivo, espesor de la lámina, máxima tensión de compresión y máximo desplazamiento vertical

Proceso	Espesor (cm)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	No Lineal Geométrico
Modelo inicial	6,00	8,65	8,74	8,74	8,75	8,90	7,86
	8,00	12,76	12,76	12,77	12,94	13,47	10,65
	12,00	22,29	22,29	22,34	23,38	24,59	17,93
ED ($e_{mín} = 6$ cm)	6,12	17,38	17,44	17,44	17,56	18,03	15,35
ED ($e_{mín} = 8$ cm)	8,00	25,61	25,61	25,88	26,21	27,53	22,22
Peso ($e_{mín} = 6$ cm)	6,00	15,83	16,04	16,04	16,09	16,77	14,39
Peso ($e_{mín} = 8$ cm)	8,00	22,42	22,44	22,44	23,10	24,33	19,90
S_t ($e_{mín} = 6$ cm)	15,94	53,43	56,60	56,60	59,42	64,89	44,66

ED Energía de deformación; $e_{mín}$ espesor mínimo; S_t tensión de tracción

Tabla 4. Carga crítica de pandeo del modelo inicial con tres espesores distintos y de los diseños óptimos (expresada como multiplicador del peso propio)

Por último, en la Tabla 4 se exponen los resultados de los estudios de estabilidad inicial (5 primeros modos de pandeo) y no lineal geométrico de los modelos finales en cada proceso y del modelo inicial con tres espesores diferentes, 6, 8 y 12 cm, siendo éste último el que finalmente se adoptó en la construcción. Los valores indican la carga crítica expresada como multiplicador del peso propio de cada estructura.

Del estudio de estabilidad destacamos, por una parte, la alta carga crítica de pandeo obtenida, producto de la gran rigidez de este tipo de estructuras, que se confirma además por los desplazamientos verticales máximos obtenidos de 8,7 mm en el modelo inicial e inferiores a 4 mm en los óptimos. Por otra parte, es interesante destacar que la carga crítica se duplica en los diseños óptimos frente a los diseños iniciales, lo que aporta un valor añadido a la hora de diseñar este tipo de láminas utilizando técnicas de optimización.

6. CONCLUSIONES

Tradicionalmente, los ordenadores se han utilizado, dentro del proceso de diseño de estructuras, para analizar la respuesta de una estructura (definida por el usuario) y comprobar su seguridad para unas cargas dadas. La utilización de las técnicas de optimización en el proceso de diseño de estructuras, amplía el campo de utilización del ordenador y permite al usuario obtener diseños óptimos para las condiciones de diseño fijadas por él.

La principal conclusión obtenida del estudio realizado es que con pequeños cambios en la forma de la lámina se obtienen mejoras considerables en su comportamiento mecánico. En particular, podemos destacar tres aspectos interesantes:

- Puede alcanzarse, en su caso, el estado membrana de tensiones de compresión.
- Las deformaciones en la lámina se reducen considerablemente hacia valores inferiores a la mitad de los obtenidos en el diseño inicial.
- El comportamiento de la lámina frente a estabilidad mejora sensiblemente, al aumentar la carga crítica de pandeo en torno al doble del valor inicial.

REFERENCIAS

- [1] F. Candela, *En defensa del formalismo y otros escritos*, Xarait Eds., Bilbao (1985).
- [2] P. Martí, A. Tomás y M.S. Torrano, *Aplicación de las técnicas de optimización en la enseñanza del hormigón estructural*. Ed. ACHE, *I Jornadas de ACHE sobre la enseñanza del hormigón estructural, Madrid, 2001*, ACHE, Madrid (2001), pp. 203-209.
- [3] K.-U. Bletzinger and E. Ramm, "Form Finding of Shells by Structural Optimization", *Engineering with computers*, 9, 27-35 (1993).
- [4] M.A. Solano, *Modelado, análisis y optimización de una estructura laminar de hormigón*, Proyecto Fin de Carrera, ETSII, UPCT, Cartagena (2001).
- [5] F.J. Cervantes, *Diseño óptimo de formas de elementos estructurales mediante el programa de elementos finitos ANSYS*. Proyecto Fin de Carrera, ETSII, UMU, Cartagena (1998).

- [6] M. Seguí, *Félix Candela - Arquitecto*, Ministerio de Fomento (1994).
- [7] A. Domingo, C. Lázaro and P. Serna, *Design of a thin shell fibre reinforced concrete hypar roof*, R. Astudillo and A.J. Madrid eds., *40th Anniversary Congress of the IASS, Madrid, 1999*, IASS and CEDEX, Madrid (1999), pp. A171-A179.