

# Resistencia de Materiales 1A

Profesor Herbert Yépez Castillo

2014-2

# Capítulo 2. Deformación Unitaria

- 2.1 Deformación
- 2.2 Deformación unitaria
- 2.3 Componentes cartesianos de la deformación unitaria
- 2.4 Deformación unitaria pequeñas

## 2.1 Deformación

- La deformación es el cambio de tamaño y forma de un cuerpo cuando es sometido a una carga.
- Las deformaciones puede ser visibles o pasar inadvertidas.
  - Deformación visible: banda de hule.
  - Deformación inadvertida: edificio.
- Además, ocurren deformaciones cuando la temperatura del cuerpo cambia.

2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.1 Deformación

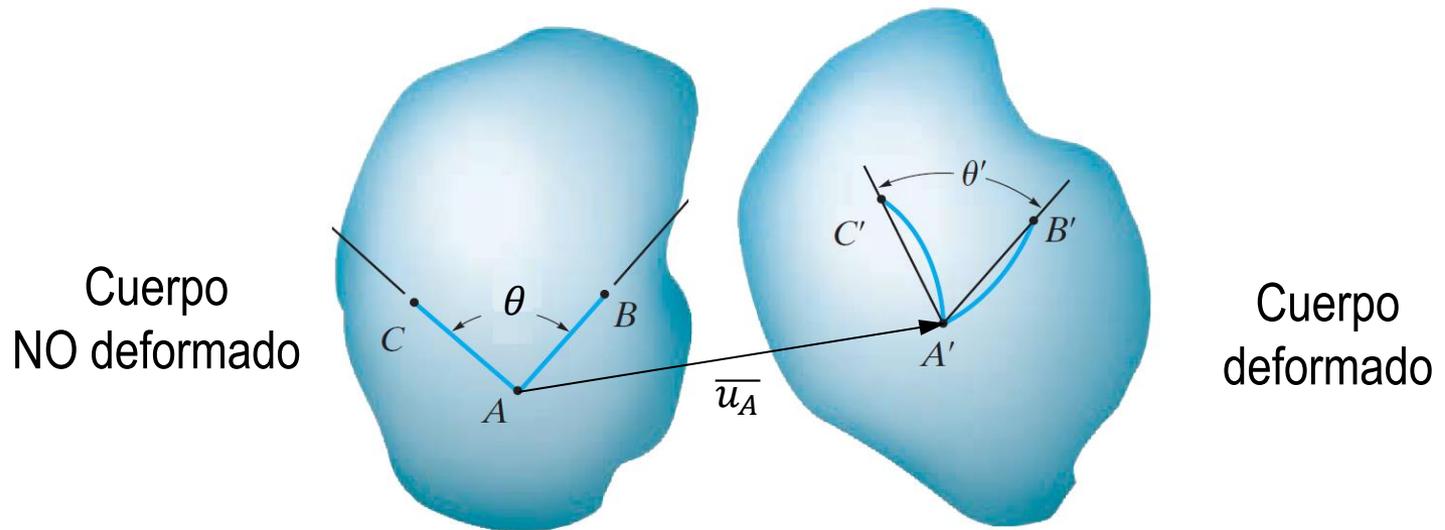
*Desplazamiento:* Cantidad vectorial utilizada para medir el movimiento de un punto de una posición a otra.

2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña



$\bar{u}_A$ : Desplazamiento del punto A

$AB$ : Segmento de línea entre los puntos A y B

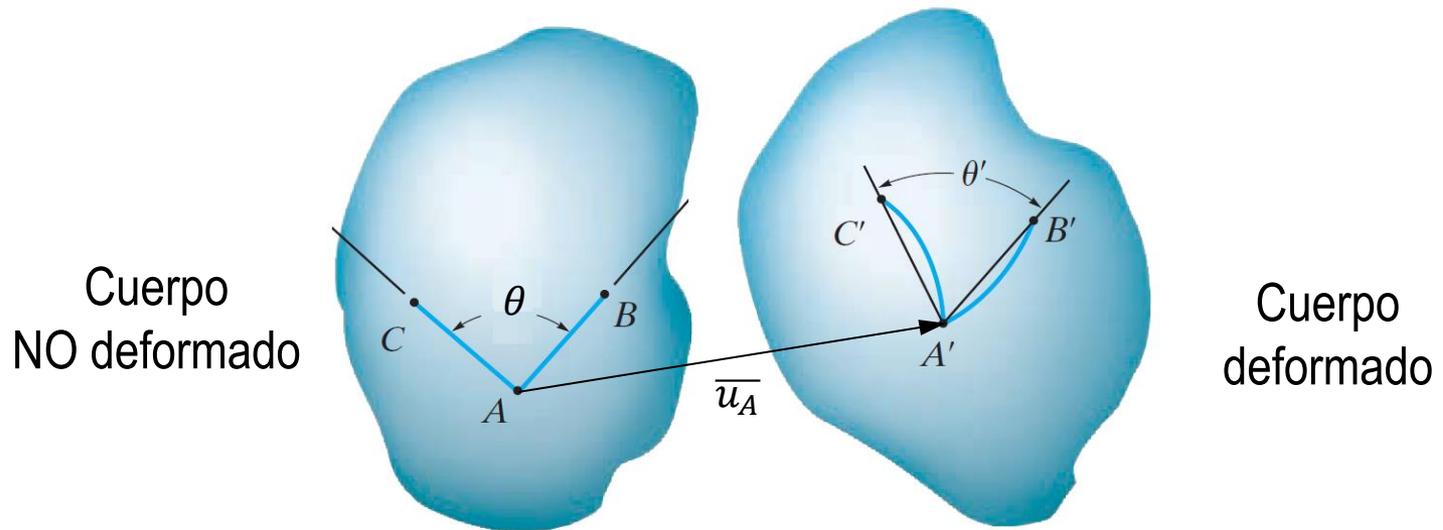
$AC$ : Segmento de línea entre los puntos A y C

$\theta$ : Ángulo comprendido entre los segmentos  $AB$  y  $AC$

## 2.1 Deformación

$AB \neq A'B'$   
 $AC \neq A'C'$   
 $\theta \neq \theta'$

La diferencia entre segmentos y ángulo es consecuencia de los desplazamientos causados por la deformación del cuerpo.



La deformación de un cuerpo *no es uniforme*. El cambio geométrico de un segmento de línea dentro de un cuerpo puede producir un *alargamiento* o una *contracción* del mismo.

2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

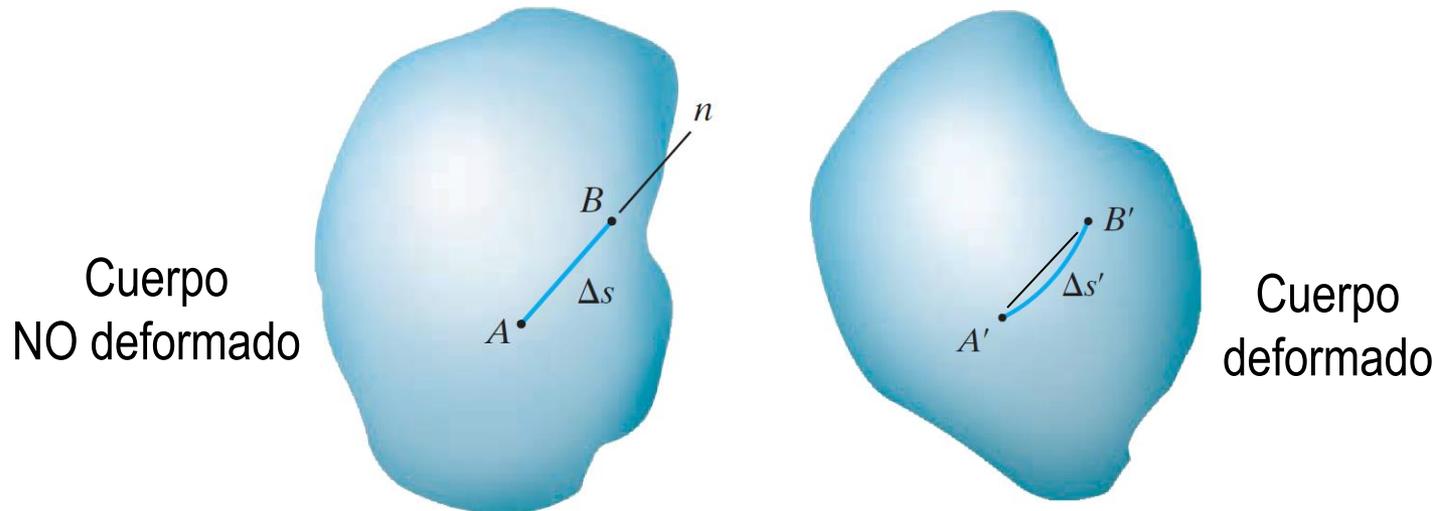
2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.2 Deformación unitaria

### 1. Deformación unitaria normal

La deformación unitaria es el alargamiento o contracción de un segmento de línea por unidad de longitud.



$AB$ : Segmento de línea entre los puntos  $A$  y  $B$  – *cuerpo no deformado*.

$A'B'$ : Segmento de línea entre los puntos  $A'$  y  $B'$  – *cuerpo deformado*.

$\Delta s$ : Longitud original - *cuerpo no deformado*.

$\Delta s'$ : Longitud final- *cuerpo deformado*.

2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

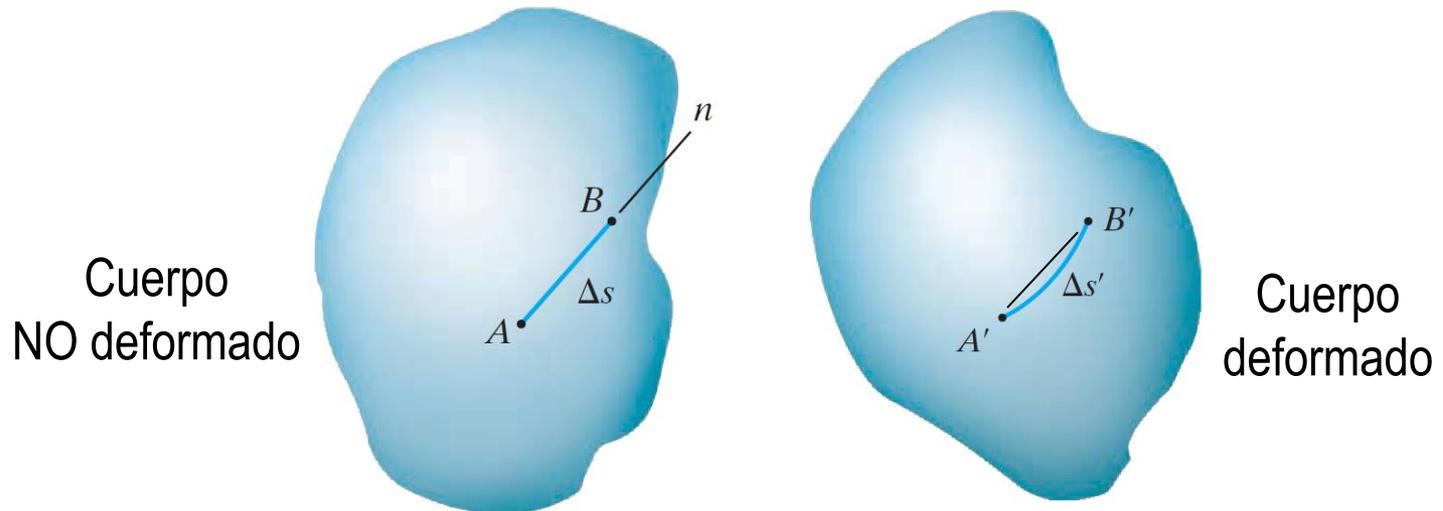
2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.2 Deformación unitaria

### 1. Deformación unitaria normal

La deformación unitaria normal (épsilon) en el punto A es el cambio de longitud entre la longitud original a lo largo de  $n$



$$\epsilon = \lim_{B \rightarrow A} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

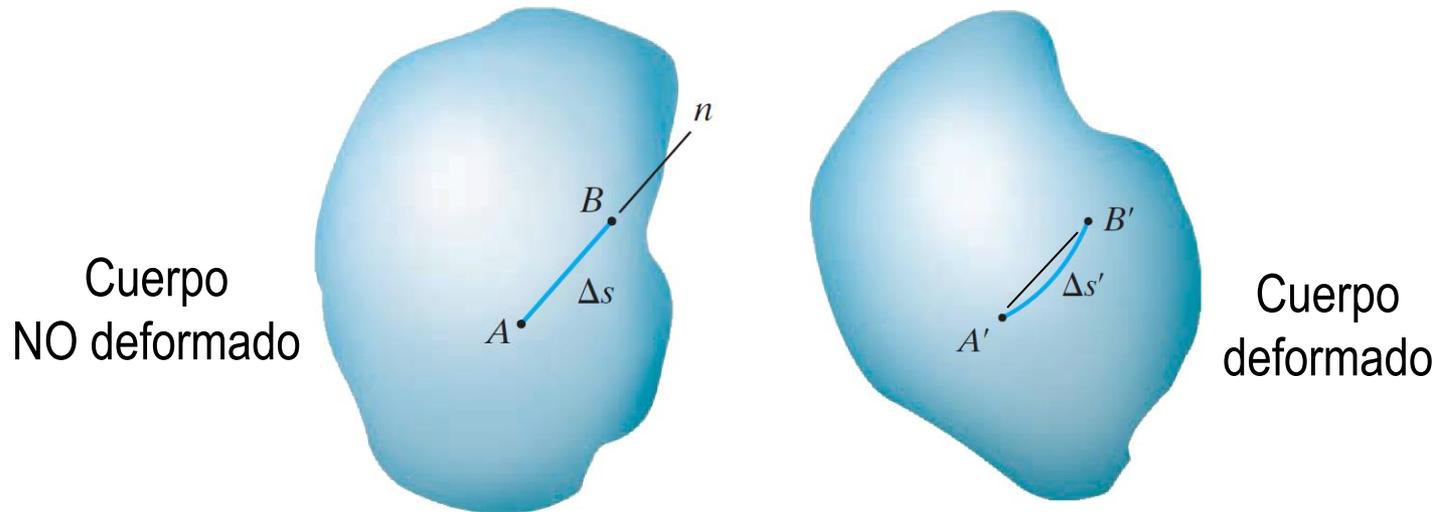
2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.2 Deformación unitaria

### 1. Deformación unitaria normal

Para las aplicaciones en ingeniería,  $\epsilon$  es muy pequeño, en el orden de las micras  $[\mu m/m]$ .



$$\epsilon = \lim_{B \rightarrow A} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

$$\begin{aligned} \Delta s' &\approx \epsilon \Delta s + \Delta s \\ \Delta s' &\approx (1 + \epsilon) \Delta s \end{aligned}$$

2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

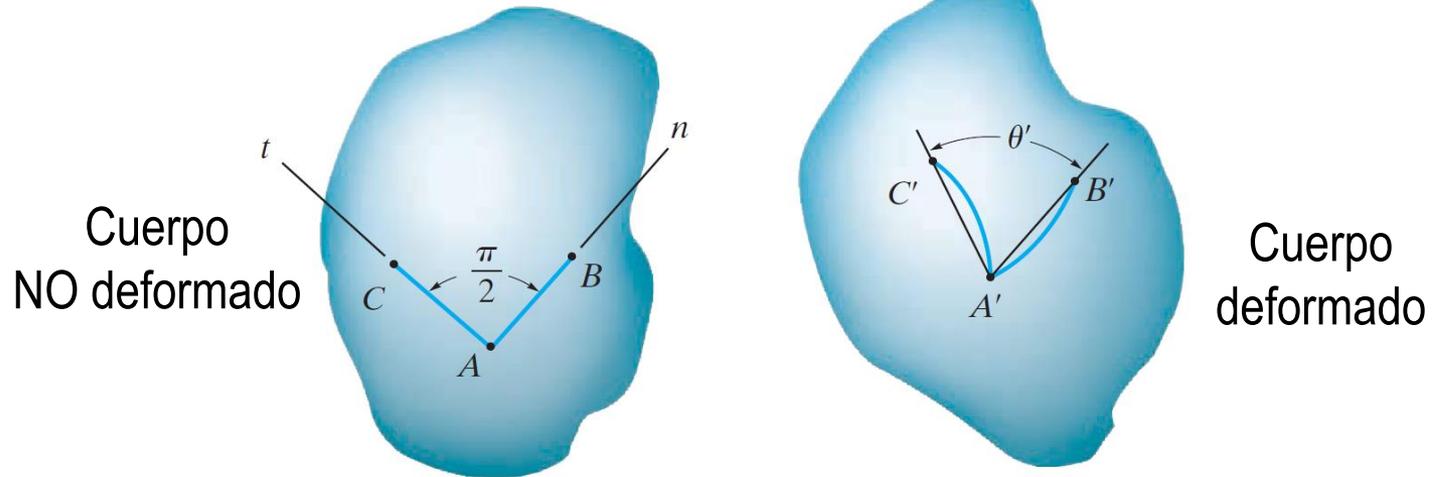
2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.2 Deformación unitaria

### 2. Deformación unitaria cortante

El cambio en el ángulo (radianes) que ocurre entre dos segmentos de línea que originalmente eran perpendiculares entre sí.



$AB, AC$ : Segmentos de línea – *cuerpo no deformado*.

$A'B', A'C'$ : Segmentos de línea – *cuerpo deformado*.

$\pi/2$ : Ángulo original entre los segmentos - *cuerpo no deformado*.

$\theta'$ : Ángulo final entre los segmentos - *cuerpo deformado*.

2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

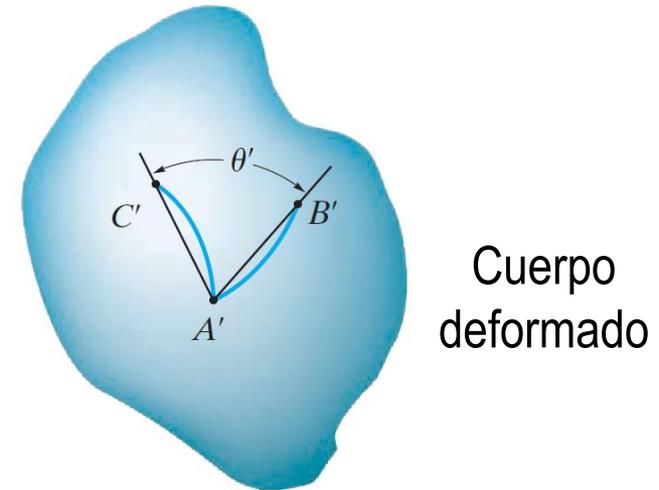
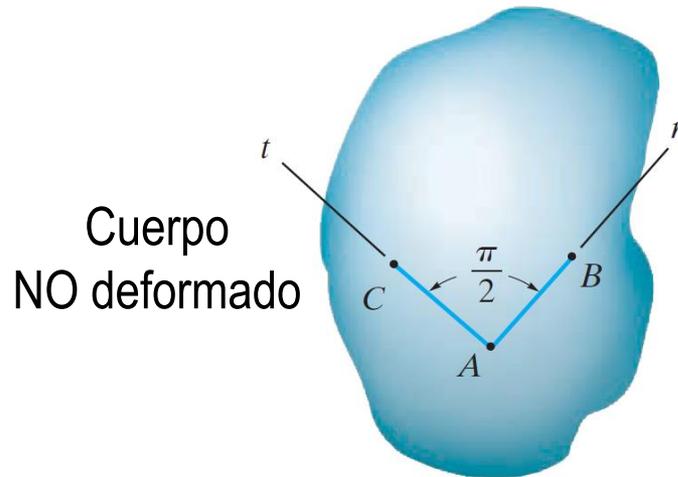
2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.2 Deformación unitaria

### 2. Deformación unitaria cortante

La deformación unitaria cortante (gama) en el punto A asociada a  $n$  y  $t$ .



$$\gamma_{nt} = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{B \rightarrow A \text{ a lo largo } n \\ C \rightarrow A \text{ a lo largo } t}} \theta'$$

$$\theta' \approx \frac{\pi}{2} - \gamma_{nt}$$

2.1  
Deformación

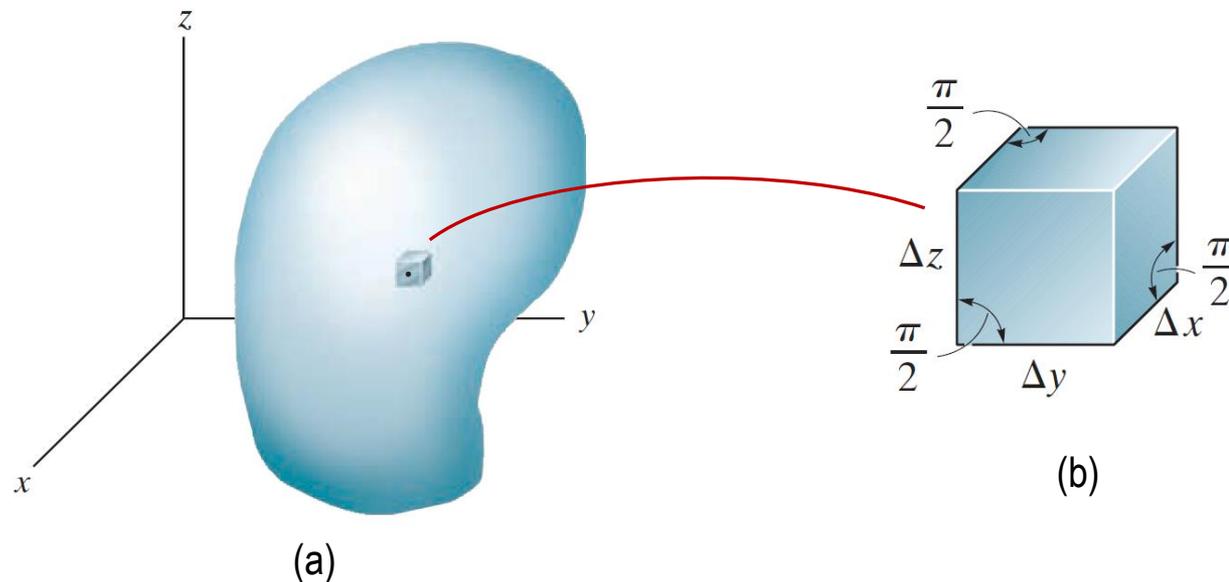
2.2  
Deformación  
unitaria

2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.3 Componentes cartesianos de la def. unitaria

- Definidas las deformaciones unitarias (normal y cortante) son utilizadas para describir la deformación del cuerpo.
- El cuerpo es dividido en pequeños elementos (a) con dimensiones (b) no deformadas  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ .



2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.3 Componentes cartesianos de la def. unitaria

- Las *def. unit. normales* causan un cambio de volumen, mientras que las *def. unit. cortantes* generan un cambio de forma (c).

$$\Delta x' = (1 + \epsilon_x)\Delta x$$

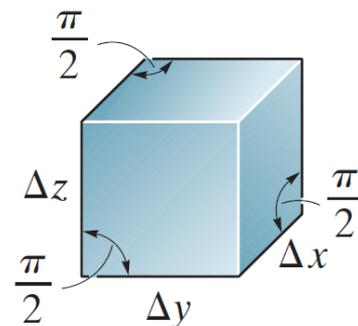
$$\Delta y' = (1 + \epsilon_y)\Delta y$$

$$\Delta z' = (1 + \epsilon_z)\Delta z$$

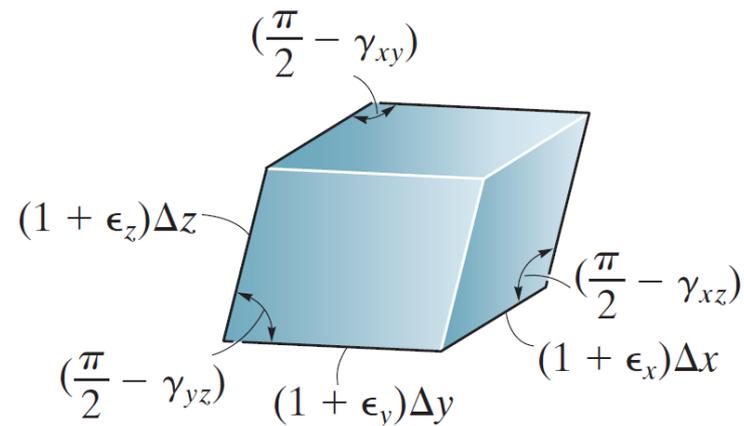
$$\theta'_{xy} = \frac{\pi}{2} - \gamma_{xy}$$

$$\theta'_{yz} = \frac{\pi}{2} - \gamma_{yz}$$

$$\theta'_{xz} = \frac{\pi}{2} - \gamma_{xz}$$



(b)



(c)

2.1  
Deformación

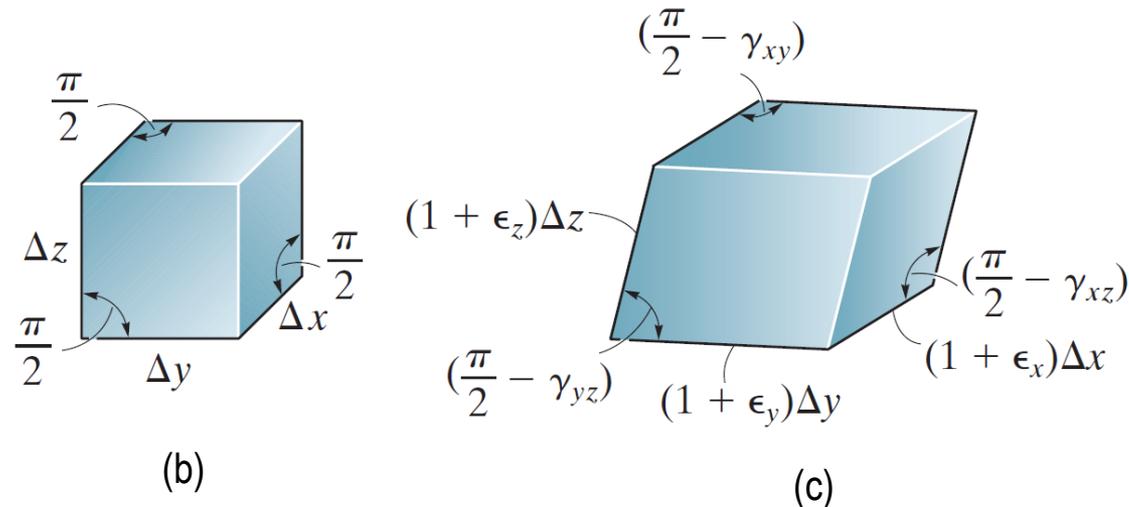
2.2  
Deformación  
unitaria

2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.3 Componentes cartesianos de la def. unitaria

- El estado de deformación unitaria en un punto del cuerpo se describe:
  - Tres deformaciones unitarias normales:  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$
  - Tres deformaciones unitarias cortantes:  $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$



2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

## 2.4 Deformación unitaria pequeña

- En ingeniería la mayoría de los diseños contemplan deformaciones muy pequeñas.
- Por ello, para un ángulo  $\theta$ , muy pequeño, se toma las siguientes consideraciones:
  - $\sin \theta \approx \theta$
  - $\cos \theta \approx 1$
  - $\tan \theta \approx \theta$

2.1  
Deformación

2.2  
Deformación  
unitaria

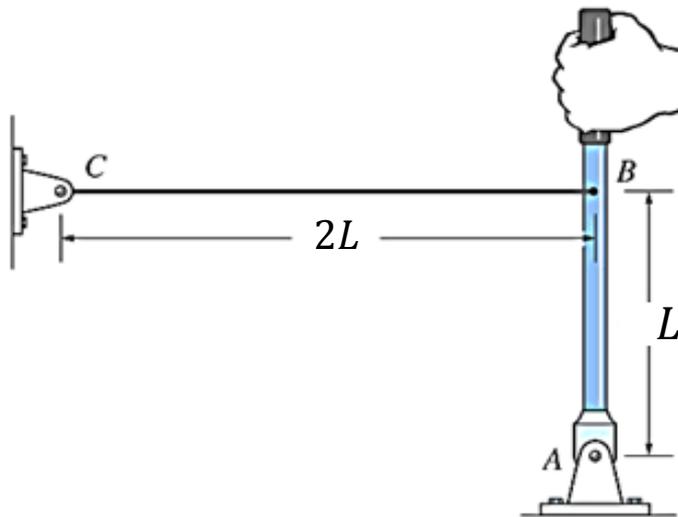
2.3  
Componentes  
cartesianos

2.4  
Deformación  
unitaria  
pequeña

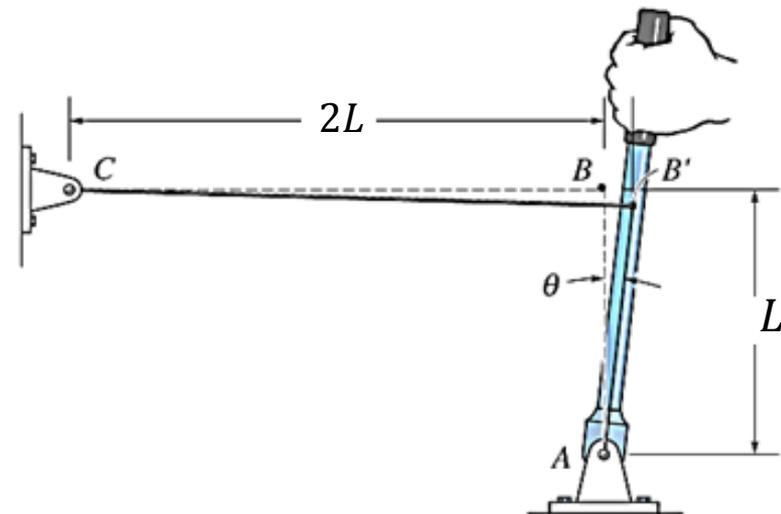
# Problema 01

Ref. Hibbeler R. *Mecánica de Materiales*

Determine la deformación unitaria normal desarrollada en el alambre BC, si el ángulo es igual a 0.002 radianes.



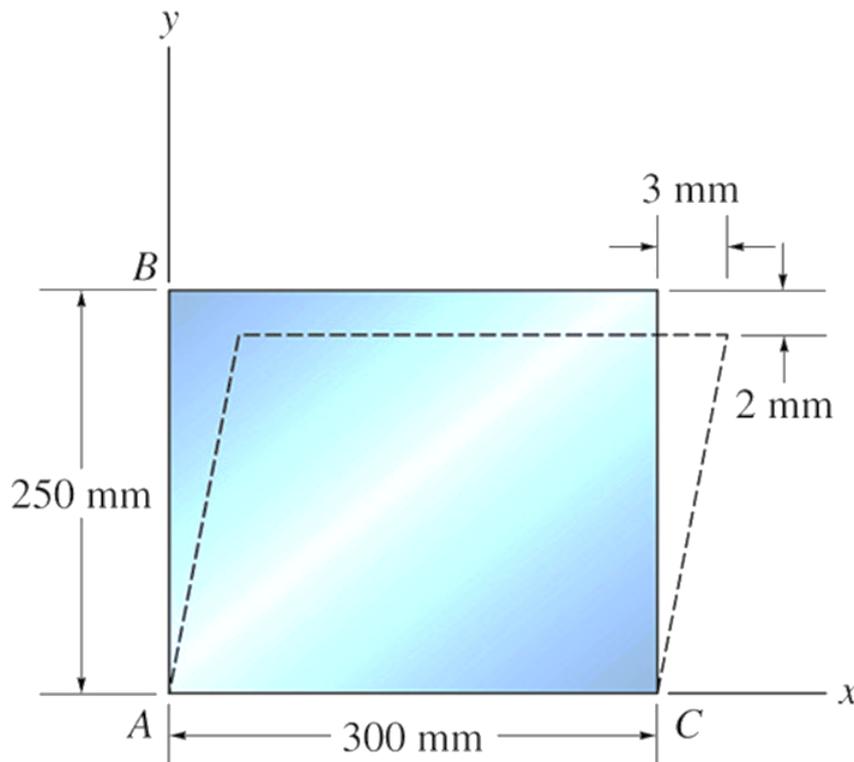
(a)



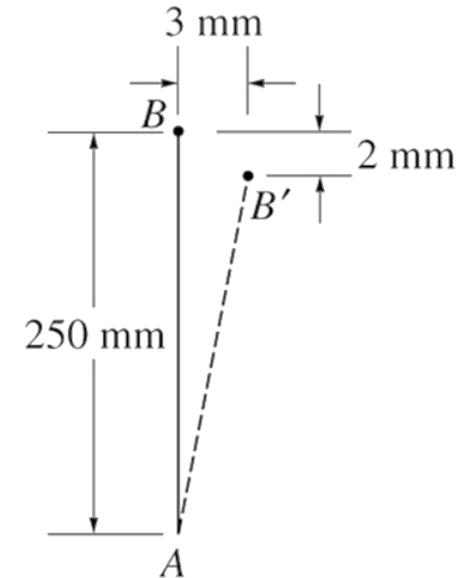
(b)

## Problema 02 Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales

Una placa se deforma hasta alcanzar la forma de las líneas discontinuas. Determine la deformación unitaria normal a lo largo de AB y la deformación unitaria cortante respecto a los ejes x e y.



(a)



(b)