

Pontificia Universidad Católica del Perú
Facultad de Arquitectura y Urbanismo
Matemáticas Aplicadas a la Arquitectura

Torres Inclinadas: de un error a un estilo en la arquitectura

Integrantes:

Natalia Lucía Loayza Arispe
Stefani Natalia Gissela Vergara Delgado

Profesores:

Francisco Javier Ugarte Guerra
Haydée Zenaida Azabache Caracciolo

Noviembre, 2011

Índice

1. Introducción	3
2. La Torre de Pisa	4
3. Inclinación de la Torre de Pisa	5
3.1. Características e Historia de su Construcción	6
3.2. Otros ejemplos de torres inclinadas	9
4. Solución Matemática	15
4.1. Requisitos matemáticos para resolver inclinación de un edificio	15
4.2. Aplicación de los conceptos matemáticos	20
5. Conclusiones	23
5.1. El impacto en la Arquitectura	23
5.2. El uso de la Matemática	25
5.3. Importancia de las matemáticas en la formación del arquitecto	26
6. Bibliografía	28
7. Anexos	32
7.1. Anexo 1	32

1. Introducción

Hoy en día, mediante las matemáticas es posible comprender y entender distintas formas. Crear imágenes que antes no eran posibles o imaginables.

Si bien son sorprendentes aquellas obras maestras que hoy en día la arquitectura nos propone, es aun más increíble entender cómo han sido concebidas o formadas. De tal manera, comprender su funcionamiento y ejecución. Entender el error como concepción y adoptar esto a una forma de diseñar, teniendo estas inclinaciones como nueva forma de escapar al ángulo recto, cambiando lo monótono y rígido a una forma suelta y divertida.

Basándonos en el caso de la Torre Pisa como punto de partida, decidimos redactar el trabajo bajo el título “Torres Inclinadas: de un error a un estilo en la arquitectura” para concluir en base al proyecto Torres Kio sobre la influencia de edificaciones antiguas, donde un error se convirtió en un estilo.

El problema a tratar será justamente el de la inclinación de la Torre, nos parece un caso muy interesante debido a que el factor que amenaza la misma existencia de ésta estructura es lo que la volvió mundialmente conocida y es parte esencial de la imagen que tenemos muchas personas de ese proyecto. Es un ícono global en el cual desde hace mucho tiempo especialistas de distintos ámbitos aplican sus conocimientos no para corregir el “error” sino para mantenerlo sin que cause el colapso de la famosa torre.

En este trabajo, se quiere entender el funcionamiento de los planos inclinados, vistos en la torre de Pisa con una involuntaria inclinación, comprender su trascendencia y como a partir de este conocimiento de planos inclinados, pueden infligir en el desarrollo de unos edificios y a partir de estos errores se genera una arquitectura, observándola en la actualidad, como en la torres Kio con una inclinación voluntaria.

Tener en cuenta lo que son estos planos inclinados y cómo funcionan, de la misma manera comprender las formas y superficies que se generan mediante estos planos, entender sus limitaciones y complicaciones.

En el capítulo correspondiente a contexto explicaremos con mayor detalle las características del lugar y momento en el que se construye el edificio que es materia de éste trabajo. Veremos contexto-económico, social, geográfico, etc. También veremos la historia de la construcción de la torre y las distintas intervenciones que se han hecho para su consolidación. Y luego explicaremos el contexto y los datos técnicos de las Torres de Kio y cómo su diseño ha sido generado siguiendo la idea de elementos inclinados.

En el capítulo Matemáticas, explicaremos los conceptos matemáticos y físicos que han sido usados en las intervenciones de consolidación de la estructura, partiendo de la revisión de los elementos importantes en dichas torres como lo son: los planos inclinados, las superficies, la estabilidad de cubiertas, tensores de cables y numero que van a actuar para el diseño predeterminado de estas nuevas torres inclinadas.

Finalmente todas las fuentes que hemos consultado se hayan al final del trabajo en la parte de bibliografía y las explicaciones podrán ser encontradas en el anexo 1.

2. La Torre de Pisa

Italia había pasado por una etapa de crisis en 1348, cuando la peste negra mató a la tercera parte de la población. Entre los siguientes siglos, XIV y XVI, no había una unidad política pues Italia se encontraba fragmentada en múltiples ciudades estados. Al norte estaba la República de Venecia, la República de Florencia, el Ducado de Milán, etc. Alrededor de Roma estaban los Estados Pontificios y al sur el Reino de Nápoles, posteriormente integrante de la Corona de Aragón, por lo tanto, de la monarquía Española.

Es durante esta época que surge el Renacimiento italiano. Un periodo de grandes logros y cambios culturales que se extendió hasta el siglo XIV. Constituyendo la transición entre la Edad Media y la Europa moderna.

Italia se encuentra en una situación geográfica privilegiada, esto jugó un rol clave en el comercio europeo y favoreció el desarrollo de repúblicas marítimas. Fue uno de los campos en los que se instaló el imperio español con la victoria de Carlos I de España, quien tuvo el poder político sobre las ciudades-estado de Italia durante los años del Renacimiento, sobre Francisco I de Francia.

Entre sus logros culturales destacan obras literarias de Petrarca, Baltasar de Castiglione y Nicolás Maquiavelo. También obras de arte de Miguel Ángel, Leonardo da Vinci, entre otros. Y obras arquitectónicas como la iglesia de Santa María del Fiore, la Basílica de San Pedro en Roma y la Torre de Pisa.

La Torre de Pisa, mundialmente conocida por su notable inclinación, es el campanario de la Catedral de la ciudad de Pisa en Italia. Forma parte de un conjunto catedralicio cuya construcción comenzó en 1064 pero se prolongó hasta el siglo XII. Ésta se ubica en uno de los puntos más visibles de la plaza. Debido a su altura, fue considerada un referente visual y funcionó como un conector entre la ciudad y la plaza, así como un “símbolo autoritario del orgullo cívico y religioso de la comunidad pisana”. (*Fragmento Historia: la torre de Pisa en <http://www.arqhys.com/arquitectura/pisa-torre-historia.html> último acceso: 19/09/11*).



Izquierda: Catedral de la ciudad de Pisa Derecha: Torre de Pisa

Referencia Imagen: "La torre se salva" En: <http://www.turismoyviaje.net/sabias-que-la-torre-de-pisa-ya-no-se-inclina-mas.html> último acceso: 21/10/11

3. Inclinación de la Torre Pisa

El inicio de la construcción de la Torre se da el 09 de Agosto del año 1173. Cuando los trabajadores colocaron piedras en la zanja circular. Hay registros que indican que el terreno consistía en arcilla, arena fina y cáscara. En 1178, la Torre ya tenía tres pisos de altura pero su construcción se detiene por razones desconocidas. En 1272 se continúa con su construcción. Es en este año en el cual se registra una inclinación de 0,2 grados. Luego de 6 años ya está lista la séptima cornisa y la construcción vuelve a detenerse. Ahí la Torre tenía una inclinación de un grado. Durante los siguientes 90 años, la inclinación aumenta a 1,6 grados, por lo tanto, ya es evidente. Es en este año en el cual se construye el campanario para rematar el diseño de la Torre. Finalmente se acaba en 1370.

3.1. Características e Historia de su Construcción

Ficha Técnica:

Las características y su ficha técnica son:

Latitud: 53,723056 (43° 43' 23" N)

Longitud: 20,396389 (10° 23' 47" E)

Altitud de la Piazza dei Miracoli: 8 metros (24 pies)

Altura: 55,863 metros. 9 plantas

Diámetro externo de la base: 15,484 metros

Diámetro interno de la base: 14,736 metros

Peso: 14.700 toneladas métricas

Grosor de las paredes en la base: 6 metros (24 pies)

Dirección de la inclinación: 1272-1997 Sur, 1173-1250 Norte

Número total de campanas: 7, acorde con la escala musical

Campana más grande: *L'Assunta (La Asunta)*. Tres toneladas y media, realizada en 1655

Campana más antigua: Pascuarecia

Número de escalones: 294

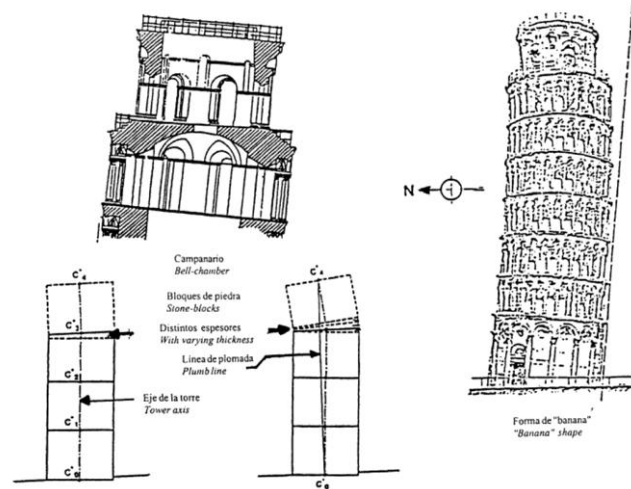
Datos tomados de: http://es.wikipedia.org/wiki/Torre_de_Pisa

Historia de la Construcción:

La base para la construcción de la estructura de la Torre fue un cilindro hueco "canna" rodeado por 6 logias con columnas. Éstas emergen desde la base "tamburo" y reposa en los cimientos.

La cámara que se encuentra en la parte superior y encierra al campanario, se conecta con la primera planta a través de una escalera que tiene forma de caracol.

La estructura sigue como base la técnica conocida como el “relleno”, la cual consiste en elementos de tres capas: la cara de los muros de piedra (interior y exterior) y el núcleo central hecho de concreto. Los elementos estructurales fueron: cimientos, 32 4000 bloques de piedra para la fachada, material de relleno para el cuerpo cilíndrico, 180 columnas de las 6 logias, 15 medias columnas para la base y 12 columnas del campanario.



Referencia Imagen: “La Torre inclinada de Pisa. Estructura, materiales de construcción e intervenciones de refuerzo” F, VENIALE. 2000. Italia En: <http://materconstrucc.revistas.csic.es> último acceso: 15/09/11

Para resumir la situación de la Torre podemos observar los datos de relación entre el peso y la inclinación según los años:

- 1173 al 1178 (año): 94,80 toneladas métricas (peso) – 0° (inclinación)
- 1272 al 1278 : 137,28 toneladas métricas (peso) – 0°06’11
- 1285 : mismo peso – 1°06’44
- 1360 al 1370 : 144,53 toneladas métricas – 1°36’39 construcción del campanario
- 1758 : mismo peso – 4°49’50
- 1911 : mismo peso – 5°14’46
- 1999 : mismo peso – 5°32’51

Otra estructura importante en la Torre es el “catino” (hueco) excavado en 1838 con la finalidad de dejar los anclajes de las columnas y la base de los escalones al descubierto. Éstos habían sido totalmente cubiertos como consecuencia del asentamiento del terreno.

Este suelo fue reforzado con una capa de 80 a 90cm de conglomerado espeso en 1935-38. Imagen: <http://imageshack.us/photo/my-images/198/estructura4.jpg/> . Lo

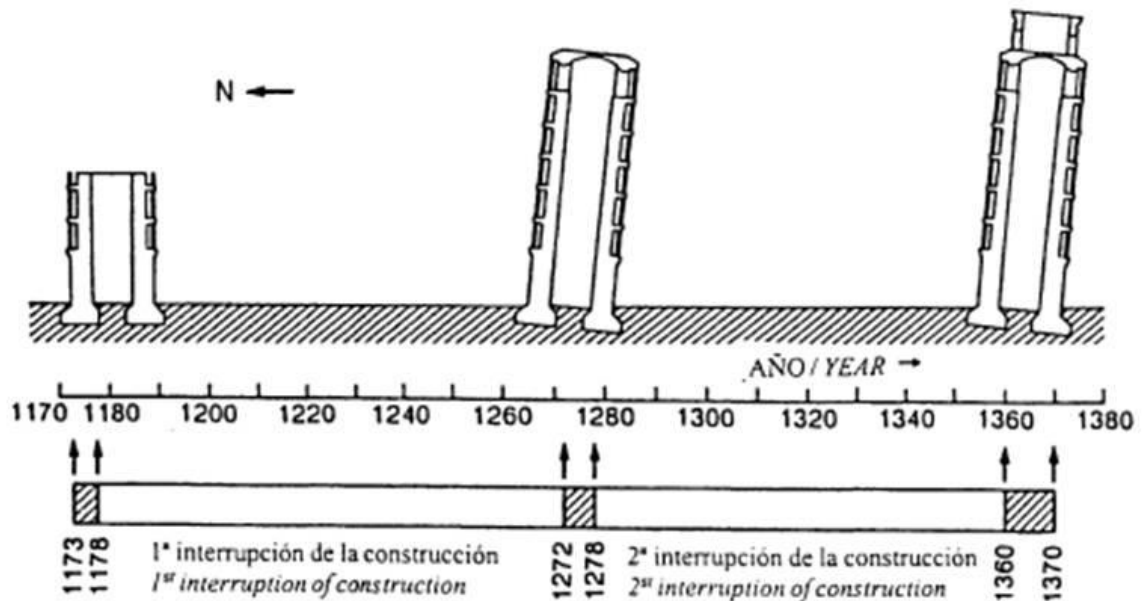
que consiguió mantener unido a los cimientos a través de barras huecas de acero utilizadas para sellar el "catino".

Dentro de los materiales de construcción se encuentran:

- Mármol de San Giuliano: caras del exterior e interior de los muros y de la estructura cilíndrica, columnas y demás elementos estructurales.
- Granodiorita de la isla de Elba: usada en las medias columnas de la base.
- Calcarenita "Panchina": utilizada para los áridos del concreto y en la cara interna de los muros del cilindro.
- El material de relleno para la estructura cilíndrica está compuesto por piedras que se utilizaron para el exterior de los muros, además de grava y arena.

Ha habido numerosas hipótesis sobre su inclinación partiendo desde que ha sido el resultado inevitable y progresivo del hundimiento del terreno o si fue un efecto deseado por el arquitecto. A mediados del siglo XX, se afirma que la Torre fue concebida como un elemento totalmente vertical pero que se inclinó en las primeras fases de su construcción.

Desde 1165 hasta 1999 ha habido diversos intentos de mantener estable a la Torre de Pisa. Si bien en un inicio se intentó enderezarla, ahora lo que se quiere es sólo evitar que colapse y mantener al mismo tiempo su inclinación pues es un atractivo turístico. En la siguiente imagen podemos apreciar la línea de tiempo y el esquema de su construcción:



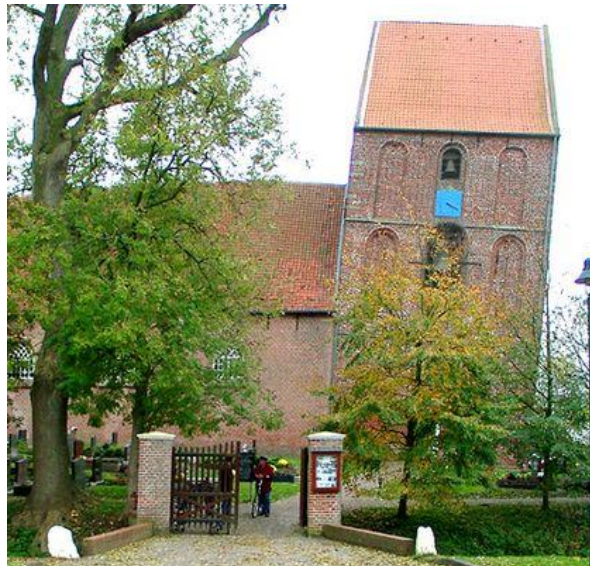
Referencia Imagen: “La Torre inclinada de Pisa. Estructura, materiales de construcción e intervenciones de refuerzo” F, VENIALE. 2000. Italia En: <http://materconstrucc.revistas.csic.es> último acceso: 15/09/11

En el documento: “*La Torre inclinada de Pisa. Estructura, materiales de construcción e intervenciones de refuerzo*” de F. Veniales (2000 – Italia) pudimos encontrar un registro resumido de las intervenciones que ya han sido realizadas directamente a la torre. Resumidas en: 1. Cables de acero ligeramente tensados que rodean la Torre, 2. Barras interiores tensadas 3. relleno con una lechada de cemento con aditivo, especialmente preparado para tal fin.

Actualmente se considera que el estado de la Torre de Pisa es todo un reto; no sólo porque cada vez se encuentra más inclinada – llegando a un valor de $5^{\circ}30'$ – sino también por el posible colapso de su estructura.

3.2. Otros ejemplos de torres inclinadas

- 1) Torre de Suurhusen, Alemania: fue levantada en 1450 y tiene una inclinación de 5,07 grados. Esto fue como consecuencia a que los pilotes de madera que tuvo como cimientos se pudrieron debido a la variación de la humedad en el terreno. En 1975 se cerró la visita al público pues había riesgo de derrumbe. Finalmente 10 años después, se refuerza la cimentación y se vuelve a abrir. Es la torre inclinada más antigua del mundo



Referencia Imagen: <http://noticiasinteresantes.blogcindario.com/2010/05/01891-torres-inclinadas-del-mundo.html> último acceso: 16/10/11

- 2) Torre de Torun, Polonia: se construyó en el siglo XIII para que sirva como un baluarte defensivo para la ciudad de Torun. Tiene 15 metros de altura y se inclinó hasta llegar a los 5 grados debido al terreno arenoso sobre el cual se encuentra.



Referencia Imagen: http://www.fototravel.net/gallery/Kuyavia_Pomerania_Polonia/image/99/ último acceso: 16/10/11

- 3) Torre de Zaragoza, España: fue construida en 1512. Tuvo un estilo mudéjar y su finalidad era albergar, en su interior, el reloj de la ciudad. En 1892 fue destruida por su excesiva inclinación, que se debió a una diferencia de fraguado de la zona norte con la sur, esto ocasionó que se inclinase por una diferencia de tensiones.



Referencia Imagen: <http://tejiendoelmundo.wordpress.com/2010/10/30/en-reclamo/> último acceso: 16/10/11

- 4) Torres Kio, España: son consideradas el símbolo de la modernidad en Madrid. Tienen una inclinación de 14,9 grados. Son los primeros rascacielos inclinados en el mundo.



Referencia Imagen: <http://www.fotomadrid.com/ver/803> último acceso: 16/10/11

- 5) Torres inclinadas de Pekín, China: fueron construidas para ser la sede de la televisión china en los juegos olímpicos del 2008. Son dos torres inclinadas unidas en la parte superior.



Referencia Imagen: <http://diegomadroaladroal.blogspot.com/2010/05/el-edificio-consta-de-dos-torres-en.html> último acceso: 16/10/11

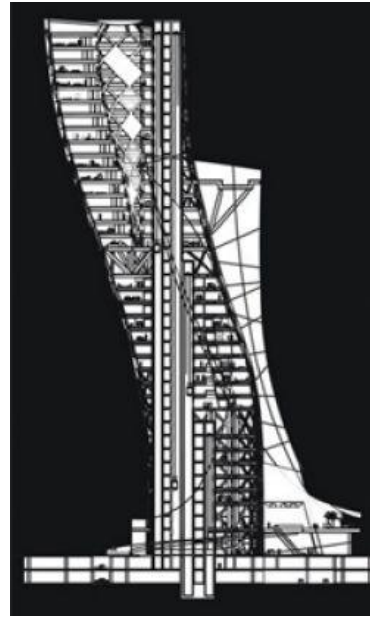
- 6) Torre de Dausenau, Alemania: ésta torre forma parte de una antigua fortaleza medieval, tiene una inclinación de 5.12 grados, con lo que supera por 0.05 grados a la torre de Suurhusen. Debido a su mal estado de conservación el pedido hecho para ser reconocido por los Record Guinness como la edificación con mayor grado de inclinación en el mundo fue desestimado. El título aun lo conserva la torre de Suurhusen.

- 7) Torre de Bad Frankenhausen, Alemania: Empezó a inclinarse a inicios del S. XX. El ángulo de inclinación no es tan pronunciado como el del ejemplo anterior pero debido a la altura de la edificación no es menos impactante. Se proyecta 4.41 metros sobre la perpendicular. La causa de la inclinación es la existencia de cuervas subterráneas. La estructura es considerada un peligro latente en la localidad. Esta se sigue inclinando a un ritmo de 2.03 mm al mes. Se había programado su demolición hacia finales del presente año pero recientemente se acordó hacer una inversión millonaria para poder conservarla.



Referencia Imagen: <http://blog.darioalvarez.net/tag/torre-de-bad-frankenhausen/> último acceso 16/10/11

- 8) Edificio Capital Gate, Abu Dabi (Emiratos Árabes Unidos): Es la torre inclinada más alta del mundo. La estructura diseñada por la oficina de arquitectos RMJM se inclina unos sorprendentes 18 grados, 4 veces más que la torre de Pisa (4.99 grados). Supera por 4 grados a las torres Puerta de Madrid, también conocidas como torres Kio. Tiene una altura de 160 metros y ya ha sido reconocida como la torre que más se proyecta sobre su perpendicular.



Referencia Imagen: <http://vivekananda.hubpages.com/hub/Leaning-Tower-now-in-Abu-Dhabi> último acceso: 16/10/11

Algunas de ellas existen en la actualidad gracias a los refuerzos en sus estructuras. Otras no pudieron mantenerse pues eran un peligro. En la actualidad, es un desafío para la ingeniería lograr torres con una altura considerable e inclinaciones que superan los 14 grados.

Es con este ejemplo que logramos darle importancia a los edificios en altura, aquellos en los cuales predominan las acciones horizontales sobre las verticales. Podría decirse que éstos actúan como ménsulas empotradas en el terreno más que como una columna apoyada.

Por eso, las cargas que deciden como será el sistema estructura vertical se obtienen al sumar el peso propio, las carga de uso y el viento. Éstas componen una resultante oblicua. “A menor inclinación de la resultante, mayor es la dificultad de transmitir las a la cimentación” (fragmento de La Torre inclinada de Pisa. Estructura, materiales de construcción e intervenciones de refuerzo. F, VENIALE. 2000. Italia). También hay que considerar que la presión del viento por unidad de área se incrementa con la altura del edificio.

Hay varias formas de transmitir la acción del viento hacia la estructura. Por ejemplo: un sistema de arco (cable), un sistema de celosía o un sistema de viga.

Luego de utilizar a la Torre de Pisa como un ejemplo de torre inclinada que fue construida sin ese propósito, encontramos a las Torres de Kio en Madrid, España. Cuyo diseño fue concebido de tal manera.

Se ubican en la Plaza de Castilla y funcionan como la entrada a Madrid desde el Norte. Su función es romper el concepto de “diseño lineal”. La idea del arquitecto era precisamente acabar con el diseño en ángulo recto para no morir del aburrimiento. Tiene una superficie total de 87 808m².

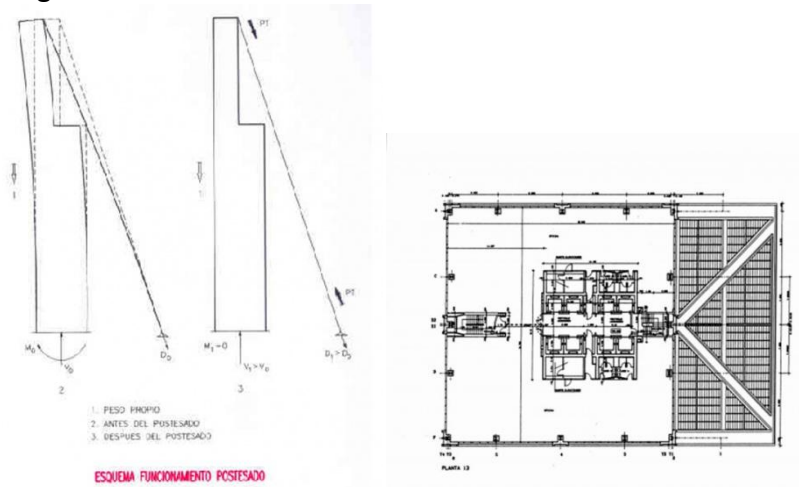
Estas torres están hechas de cristal, granito y metal. Miden 114 metros cada una repartidos en 27 plantas y tienen un ángulo de 15 grados respecto a la vertical. La clave de su construcción es que la mayoría de su peso descansa sobre un eje central de concreto y acero que arma cada una de las torres mientras la parte “inclinada” es mucho más ligera. Cada planta tiene un desarrollo espacial distinto.

El diseño de las Torres Kio (recibe este nombre por la empresa Kuwait Investments Office) corresponde a la idea de brindarle a Madrid una puerta de entrada desde el norte. La geometría de las torres se basa en un paralelepípedo de base horizontal cuadrada de 35m de lado, 115m de altura y 2 caras inclinadas en exactamente 14,3 grados. Esto se ve plasmado en que el desplazamiento de la coronación con respecto a la base, es de 30m. Lo que produce un solape de apenas 5m de ancho de base a cubierta – el menor espacio posible para ubicar los ascensores.

La solución estructural propuesta para este proyecto fue lograr la inclinación mediante el acero, unido a un núcleo rígido (caja prismática de concreto armado) para contrarrestar el empuje de los pisos hacia el lado inclinado. Un sistema de cables une la parte alta del edificio con un contrapeso subterráneo de 15 000 toneladas ubicado en el lado opuesto.

Para la fachada se optó por elementos triangulares que dieran la rigidez necesaria a la estructura y de esta forma evitar las deformaciones.

Imágenes de las Torres de Kio:



Referencia Imágenes: http://es.wikiarquitectura.com/index.php/Torres_Kio último acceso: 12/10/11

Concluyendo, presentamos dos torres distintas. La Torre de Pisa que sufrió una inclinación involuntaria y tuvo que adaptarse la estructura para evitar que colapse con diversos tipos de refuerzos, y las Torres de Kio que fueron concebidas de esta manera. Su estructura está pensada para mantenerse en pie y cada elemento ayuda a lograrlo.

8. Solución Matemática

Tomamos como punto de partida a la torre de Pisa que funciona como un ejemplo de edificación cuyo error de cálculo a la hora de construirla le generó una notable inclinación a la estructura. Y a partir de ese ejemplo, en la arquitectura contemporánea, han surgido numerosos casos en los que los diseñadores y arquitectos han buscado lograr el mismo efecto jugando con los distintos elementos geométricos y referencias matemáticas para lograrlo.

De tal manera, identificamos los más notorios para describirlos y estudiarlos detenidamente. Así poder entender cómo funciona cada elemento. La tendencia que comenzó como un error de cálculo, se repite como una forma de desafiar la gravedad.

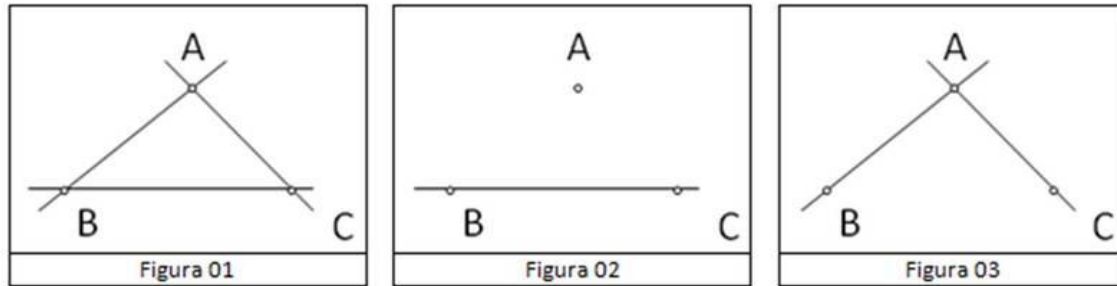
En la actualidad, se han planteado muchas soluciones matemáticas al problema de tener planos inclinados. Como el uso de tensores de acero para estabilizar cubiertas y diversas superficies.

4.1 Requisitos matemáticos para resolver la inclinación de un edificio

En primer lugar, identificamos los distintos elementos que actúan sobre la inclinación de un edificio. Para ello, los separamos en cuatro elementos básicos: el plano inclinado, la estabilidad de cubiertas, las superficies y tensores de cables.

4.1.1 El plano inclinado

El plano es uno de los entes geométricos fundamentales, que se caracteriza por presentar solamente dos dimensiones. Es decir carece de volumen y es definido clásicamente por la existencia de 3 puntos no alineados (figura 01). También puede originarse a partir de una recta y un punto no alineado a ella (figura 02) o mediante la presencia de dos rectas que se intersecan en un punto propio (figura 03) o impropio.



Referencia de imagen: hecha por nosotros ultimo acceso: 16/10/11

El plano es estudiado con la denominada geometría euclidiana, también conocida como la geometría plana o la geometría clásica. Fue postulada por Euclides en su texto *Los Elementos* (Padre de la Geometría, que vivió entre el 325 y el 265 antes de Cristo) y se utiliza hasta la actualidad con algunos aportes realizados posteriormente por otros matemáticos.

Aunque en la naturaleza se presentan situaciones bidimensionales, podemos identificar que es mucho más común la existencia de los fenómenos tridimensionales, por lo que además debemos considerar otros constructos, como por ejemplo el denominado plano inclinado.

Un plano inclinado es una superficie plana que se relaciona con otra formando un ángulo agudo (mayor de 0 grados y menor de 90 grados). Otra forma de definirlo, es como todo plano que se encuentra entre el plano horizontal y el plano vertical, siempre respecto a otro plano.

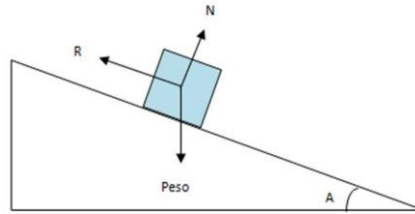
Lo podemos encontrar tanto en la naturaleza, como en distintos artefactos y múltiples instrumentos y objetos de uso cotidiano, como por ejemplo: una rampa, una carretera inclinada, una escalera, un hacha, un cuchillo, las tijeras, un abrelatas, etc.

Para establecer su correspondiente inclinación, se emplean principalmente dos formas:

- A través de la medición del ángulo que se forma entre la horizontal y el plano inclinado.
- Mediante una cifra porcentual que vincula la altura alcanzada respecto a lo que avanza horizontalmente, multiplicado por 100.

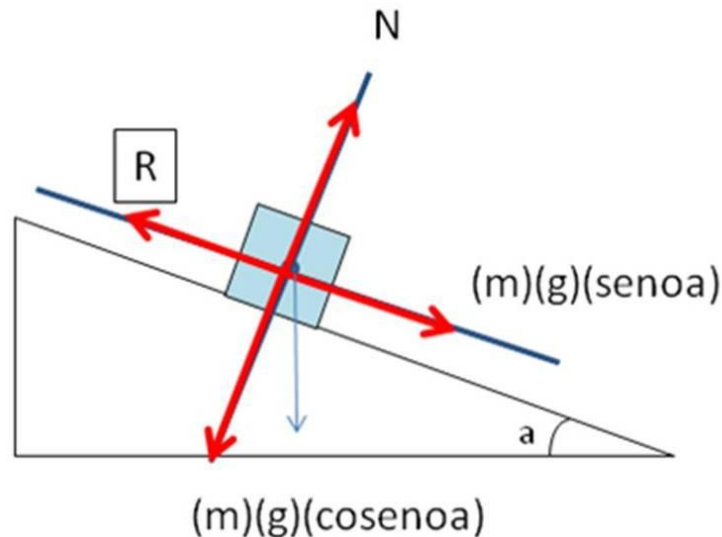
Como se observa, el plano inclinado puede ser representado de un modo simplificado como un triángulo rectángulo, donde los dos catetos representan a la base horizontal del triángulo y a la altura del mismo y la hipotenusa (lado mayor) es el plano inclinado propiamente dicho.

Justamente, para comprender mejor el uso y el funcionamiento de un plano inclinado, los físicos recurren a la trigonometría para establecer y comprender las diferentes fuerzas que se generan. Veamos por ejemplo, el siguiente sistema en la imagen



Referencia de imagen: hecha por nosotros Ultimo acceso: 18/10/11

Para analizar el sistema de fuerzas que se genera en un plano inclinado, se acostumbra descomponer las fuerzas señaladas en sus respectivos componentes proyectados en un eje horizontal y vertical imaginario, en el que el eje horizontal se presenta paralelo al plano inclinado. Así tendríamos la situación clásica planteada por Simon Stevin, (siglo XVI)



Referencia de imagen: hecha por nosotros Ultimo acceso: 13/10/11

4.1.2. Estabilidad de Cubiertas

Algo esencial para garantizar la estabilidad estructural de una edificación es poder mantener dicha edificación en una posición en la que le sea posible resistir la fuerza de la gravedad. La erosión del suelo, la humedad, un mal diseño estructural, el uso de materiales de mala calidad, el deterioro provocado por el paso del tiempo, etc. Pueden

ocasionar problemas estructurales y por lo tanto comprometer la estabilidad de sus elementos y de la edificación en su totalidad.

Existen varias formas o métodos a través de los cuales se puede intervenir una edificación con el propósito de corregir o prevenir problemas de estabilidad. Se puede apuntalar los entresijos y/o techos, reparar los cimientos, reemplazar los elementos estructurales o reforzar los existentes usando madera y/o acero dependiendo de las necesidades o características de la obra.

Los proyectos de restauración y estabilización un edificio, que es considerado de valor patrimonial, debe hacerse con mucho cuidado.

Una edificación está formada por un número determinado de elementos (cimientos, columnas vigas, cubiertas particiones, etc.). Por distintas razones, algunas mencionadas previamente, a veces se hace necesario que se realicen intervenciones para mejorar la estabilidad y el trabajo de estos elementos dentro del conjunto de los que son parte. Mediante estas intervenciones se coloca nuevos elementos que apoyen el funcionamiento de la estructura existente y se pueda asegurar la perdurabilidad del proyecto intervenido.

Una técnica muy utilizada es el uso de tensores. Un tensor es un elemento estructural cuyo comportamiento está dominado por las solicitaciones traccionantes que actúan sobre si. Estos pueden ser en acero en forma de cables, vigas o columnas. También pueden ser de concreto armado. En ese caso es el acero, y no el hormigón, el elemento que resiste las fuerzas de tracción.

Es común el uso de cables tensores para estabilizar muros y coberturas como cúpulas en inmuebles patrimoniales como iglesias.

4.1.3. Superficies

La superficie se refiere a una extensión de tierra o al límite de un cuerpo, aquello que lo distingue de lo que no es. Matemáticamente hablando esto se dará por medio de una ecuación, la cual determinara si un punto del espacio pertenece o no a dicha superficie. Esta superficie es aquella capa exterior de un objeto, un límite bidimensional que puede ser plano o curvo, aquello que tiene una anchura y longitud, la cual se definirá según sus elementos, si bien alabeada, la de revolución que gira alrededor de una recta fija o la reglada la cual se contiene en líneas rectas en determinadas direcciones. Entre sus clasificaciones principales podemos observar el círculo. Asimismo, la superficie es una extensión en la que solo se consideran dos dimensiones.

Para la física, la superficie también es una magnitud que señala la extensión de un cuerpo en dos dimensiones (ancho y largo). La unidad en el Sistema Internacional es el metro cuadrado.

Existen distintos conceptos vinculados a la noción de superficie. Una superficie de revolución, por ejemplo, es aquella generada a través de la rotación de una curva plana, alrededor de un eje de rotación que se encuentra en el mismo plano que la curva.

En este sentido, una superficie de revolución cilíndrica se genera por la rotación de una línea recta que es paralela al eje de rotación, estas pueden variar dependiendo de qué tipo de superficie es la que se genera.

En este caso particular del trabajo, podemos observar que la torre de pisa es una superficie cilíndrica inclinada, la cual se forma cuando una recta, llamada *generatriz* gira alrededor de otra recta paralela, *eje*. Otra forma de definirlo es el cuerpo que se genera cuando un rectángulo gira alrededor de uno de sus lados, en donde se observan los distintas partes.

4.1.4. Tensión de Cables

El concepto de tensión de cables tiene como principio teórico a las leyes de mecánica vectorial propuestas por Isaac Newton. Estas leyes explican el comportamiento de los cuerpos a través de una fuerza externa (vector) que altera su estado de reposo o movimiento. Los cables, en este sentido, serán el medio que permite trasladar las fuerzas (vectores) de los cuerpos en tensión.

Los cables serán elementos flexibles debido a sus dimensiones transversales pequeñas en relación con la longitud, por lo cual su resistencia es solo a tracción dirigida a lo largo del cable. La carga de tracción se divide por igual entre los hilos del cable, permitiendo que cada hilo quede sometido a la misma tensión admisible. (Salvadori y Heller, 1998; Beer y Johnston, 1977)

* Tracción: En el cálculo de estructuras e ingeniería se denomina tracción al esfuerzo a que está sometido un cuerpo por la aplicación de dos fuerzas que actúan en sentido opuesto, y tienden a estirarlo. En este sentido, se considera que las tensiones que tiene cualquier sección perpendicular a dichas fuerzas son normales a esa sección, y poseen sentidos opuestos a las fuerzas que intentan alargar el cuerpo.

El uso de estos cables se da principalmente en la ingeniería y la arquitectura, ejemplos cotidianos podemos tener a los puentes colgantes. En general, los ingenieros lo utilizan ya que son elementos mecánicos que permiten soluciones eficientes y económicas, ya que permite tomar un área mínima y necesaria en los apoyos. Sin embargo el uso de los cables es inestable en edificaciones pequeñas, siendo los requisitos para el diseño de estructuras.

Comportamientos:

Según su flexibilidad los cables pueden dividirse en dos como cargas concentradas o cargas distribuidas.

Cargas concentradas: están se dan cuando son aplicadas por un cuerpo y forman un polígono regular. Estas forma es la más natural requerida por fuerza de tracción.

Cargas distribuidas: Estas se dan cuando las cargas están distribuidas horizontalmente. Estas cargas forman una parábola conocida como catenaria.

4.2 Aplicación de las matemáticas

Luego de definir estos elementos, es interesante observar cómo se involucran y se aplican a nuestro tema.

En cuanto a los planos inclinados, este definitivamente sera uno de los principales. Esta línea de dos dimensiones van a conformar la figura final a la cual se llego en un principio con la Torre de Pisa y esta nueva forma que se quiere proyectar. Si bien en un principio fueron un error, y debido a la cimentacion la torre se estuvo inclinando poco a poco, tanto por el poco soporte de la base y el peso extremo del material que sostenia. Ahora es bien estudiada para que esto no suceda.

Por ello, la tension de cables tambien forma parte crucial, pues por medio de estudios este principio teórico de leyes de mecánica vectorial explica el comportamiento de los cuerpos a través de una fuerza externa (vector) que altera su estado de reposo o movimiento. Los cables, en este sentido, serán el medio que permite trasladar las fuerzas (vectores) de los cuerpos en tensión. De tal manera con esto, es posible sostener estos planos inclinados. Es asi, que por medio de reforzamientos en los cimientos y con una ejecucion de tensionado de cables por el subsuelo se pudo parar la inminente inclinacion de la torre de Pisa conteniendola en lo que está.

Para el diseño de los cables se hace utilizando al acero porque es por excelencia el material que soporta grandes cargas por tracción. En el estudio del diseño de los cables se analizara tomando en cuenta la forma de la sección transversal Luego de explicar los cuatro elementos más importantes para nuestro tema, podemos concluir que los materiales empleados para la construcción de la Torre de Pisa han sufrido, y lo siguen haciendo, distintos tipos de daños, tanto químicos como físicos, mecánicos y biológicos. Esta situación está relacionada al hecho que ha estado expuesta a los agentes externos como lo son la lluvia, el viento y las radiaciones solares.

Cuadro de las características de los materiales empleados para su construcción:

Litotipo (<i>Lithotype</i>)	Peso unitario seco (Unit weight dry) (g/cm ³)	Coefficiente de imbibición (Imbibition coefficient) peso % (weight %)	Resistencia a la compresión (Compressive strength) (MPa)	Resistencia a la tensión (Tensile strength) (MPa)	Módulos de elasticidad (Elasticity modulus)
Mármol de S. Giuliano (<i>S. Giuliano marble</i>)	(2,64-2,46) 2,65	(0,10-0,17) 0,41	(110-190) 130-150	4 a 8 (4 to 8)	70.000 a 90.000
Breccia de Agnano (<i>Agnano breccia</i>)	2,31-2,46 2,00-2,74	1,64-2,20 n.d.	n.d. n.d.	n.d. n.d.	n.d. n.d.
Piedra caliza gris oscuro de Filetote (<i>Filetote dark-gray limestone</i>)	2,67-2,68	n.d.	(130-200)	n.d.	n.d.
P Piedra caliza "Selcifero" (<i>Selciferous limestone</i>)	2,70	0,25	n.d.	n.d.	n.d.
Cuarcita "verrucano" (<i>"Verrucano" quartzite</i>)	2,60	0,69	n.d.	n.d.	n.d.
Calcarenita "panchina" (<i>"Panchina" calcarenite</i>)	1,64-1,71 1,68-1,76	18-19	n.d.	n.d.	n.d.
Materiales de relleno (<i>Infill material</i>)	n.d.	n.d.	4-8	0,3-1,3	5.000 a 7.500

Referencia de imagen: <http://www2.udec.cl/~jinzunza/fisico/cap6.pdf> Ultimo acceso: 14/10/11

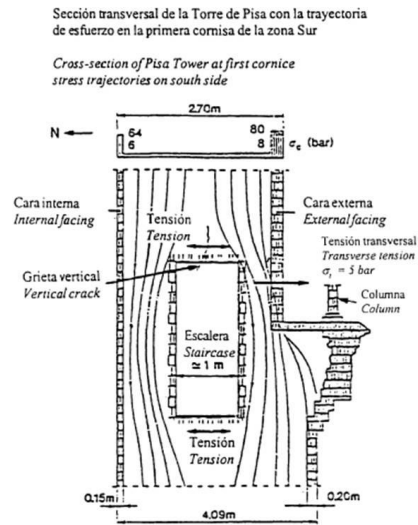
Por lo tanto, a la hora de intentar restaurarla, hay que tener un amplio conocimiento de su estado de conservación: estudios de historia, polución atmosférica y el microclima alrededor. Los daños físicos están influenciados por las causas naturales. El deterioro químico se relaciona con la polución antropogénica (lluvia ácida).

Durante varios siglos se han realizado numerosos trabajos de mantenimiento y protección a la Torre, desde sustitución de varios elementos hasta enlucidos existentes en piedras y juntas. Estos últimos han sido empleados para reemplazar elementos arquitectónicos o para repararlos in situ, cuando presentaban grietas, roturas y un máximo deterioro (bastante común en piedras de baja cohesión interna).

En 1935 se realiza inyecciones de casi 80 toneladas de cemento sobre los cimientos. Y también se rellena el primer nivel del cilindro, o sea, la base. Se presentó casos de costras encontradas en la caja de la escalera debido a que la inyección provocó la extrusión del cemento a través de los espacios que había entre bloques de piedra. La extrusión es la acción de pasar un elemento fundido o líquido entre boquillas o distintos orificios para producir un artículo de sección transversal. (Referencia: <http://iq.ua.es/TPO/Tema4.pdf>). En este caso nos referimos a que el cemento todavía líquido salió por los espacios dejados entre los bloques de piedra.

Estudios posteriores constataron que la zona que había sufrido mayor fatiga, considerada como la más crítica se localiza en la zona sur de la primera cornisa. Es aquí donde se reduce la "sección transversal de la fábrica y existe una amplia apertura debida a la presencia de la escalera interior." (Fragmento de: <http://materconstrucc.revistas.csic.es>) Imagen de la sección transversal:

Torres Inclinadas: de un error a un estilo de la arquitectura



(Referencia: <http://materconstrucc.revistas.csic.es>)

En 1992, se tensa temporalmente la sección transversal más crítica con cables de acero post-tensados colocados alrededor de la cara externa del muro. La función de los cables es ejercer pre-compresión circular, como se ha explicado en los párrafos anteriores, para que se evite el pandeo de las piedras y así mejore su resistencia a la compresión vertical.

En la actualidad, para realizar estas figuras extravagantes con planos inclinados existe todo un estudio previo de material, peso, contrapeso fricción entre otros. En relación con las matemáticas es indispensable entender que a mayor peso del cuerpo extremo, se tendrá que ejercer mayor fuerza en el otro extremo, en caso de los ascensores, a mayor de altura, la fuerza a utilizar será mayor.

Imagen:



(Referencia: <http://ingenieria-civil31.blogspot.com/>)ultimo

De la misma manera en el caso de las torres Kio, se utiliza el acero es cual presenta condiciones aptas para tales magnitudes, además presenta un núcleo rígido que alberga las escaleras y ascensores todo se sostiene. Para contrarrestar el empuje de los pisos inclinados, un sistema de cables une la parte alta con un contrapeso subterráneo en el lado opuesto. Asimismo, por medio de la presencia de elementos triangulares que eviten tanto deformaciones y rigidez. Finalmente estas 2 aspas en la fachada laterales que ejercen fuerza contra el otro, tal y como el principio de los planos inclinados indica.

5. Conclusiones

5.1. El impacto en la Arquitectura

En el desarrollo profesional práctico e empírico la arquitectura y las matemáticas han creado un gran aporte en lo que respecta el desarrollo del hombre con su entorno que es crear espacios de bienestar y de calidad. Este desarrollo permitió que ambas disciplinas encontraran un diálogo a través de la acción directa con la realidad, es decir una acción en relación con las ciencias abstractas e empíricas. Sin embargo, el acto de hacer y crear, muy fuertemente relacionado con la arquitectura, permitirá generar un impacto importante en la relación directa con la acción física de las ciencias abstractas-matemáticas y reorientar el rumbo o horizonte que teóricamente las matemáticas tenían con la realidad.

Esta realidad física complejamente analizada por los teóricos matemáticos será fuertemente influenciada para los arquitectos. La Torre de Pisa, una invención arquitectónica en altura pondrá a prueba las fuerzas gravitatorias, la unidad y solidez volumétrica del edificio y la consistencia física y material en un objeto que debido a sus composiciones físicas del terreno esta se inclina para dejar huella hasta la actualidad.

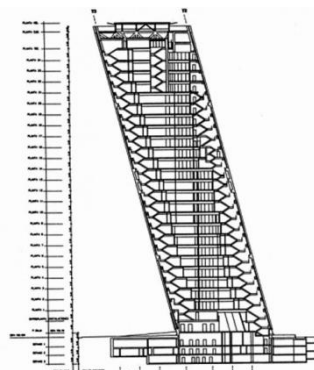
Dicha inclinación pone a prueba más aún los grandes aportes de los ciencias matemáticas para mantenerla estable y que esta huella o patrimonio permanezca vigente hasta la actualidad. Por ello nuestros análisis en la pestaña- matemáticas evidencian tales esfuerzos por tensarla y mantenerla en equilibrio, como si del error por su inclinación sea merito para que dicha arquitectura permanezca vigente hasta la actualidad.

En este punto pretendemos explicar las implicancias que ha ocasionado la torre de Pisa respecto a su inclinación desde un enfoque conceptual como Patrimonio cultural y las nuevas aproximaciones arquitectónicas como son los edificios de la torres de Kio.

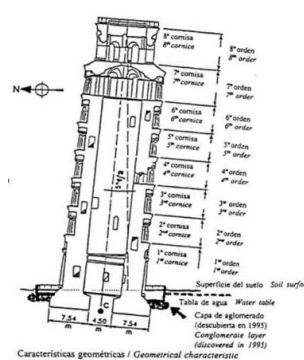
La torre de pisa es un edificio que conceptualmente estuvo diseñada como un campanario y era contemplada como un orgullo cívico y religioso de la ciudad de Pisa pero la particularidad del edificio no depende de los criterios conceptuales tanto en la construcción ni en la proyección arquitectónica sino a los efectos producidos producto de a una cimentación inconsistente. Esta nueva imagen, torre - campanario inclinada, generará una controversia principalmente arquitectónica por las formas de cómo confrontar las fuerzas de gravedad, como además nuevas expresiones arquitectónicas como será, por ejemplo, las torres Kio.

Sin embargo, hay que diferenciar una cuestión de suma importancia en el diseño de nuevas formas y además en el uso de inteligentes sistemas constructivos: ¿Cuál es la verdadera importancia y respuesta para producir nuevos diseños?, si es acaso la respuesta para diseñar planos inclinados o volúmenes con esta característica en la producción de edificios modernos O ¿es el error de cálculo en la construcción de la Torre de Pisa una virtud o un defecto en lo que respecta a la producción de edificios modernos similares a éste?.

Estas preguntas desarrollan un principio común en lo que respecta a repetir formas, intenciones, o inclinaciones no predispuestas, en la elaboración de la producción arquitectónica. Sin embargo, repetir, no sólo deberá ser la copia de diseños sino también el repensar las proyecciones arquitectónicas pasadas y principalmente de gran importancia como es la Torre de Pisa ya que es importante resaltar la originalidad de este edificio sea gracias al defecto de su inclinación.



Torre Kio



Torre de Pisa

Referencia Imagen Kio: <http://vivekananda.hubpages.com/hub/Leaning-Tower-now-in-Abu-Dhabi>
último acceso: 16/10/11

Referencia Imagen Pisa: "La Torre inclinada de Pisa. Estructura, materiales de construcción e intervenciones de refuerzo" F, VENIALE. 2000. Italia En: <http://materconstrucc.revistas.csic.es> último acceso: 15/09/11

5.2. El uso de la Matemática

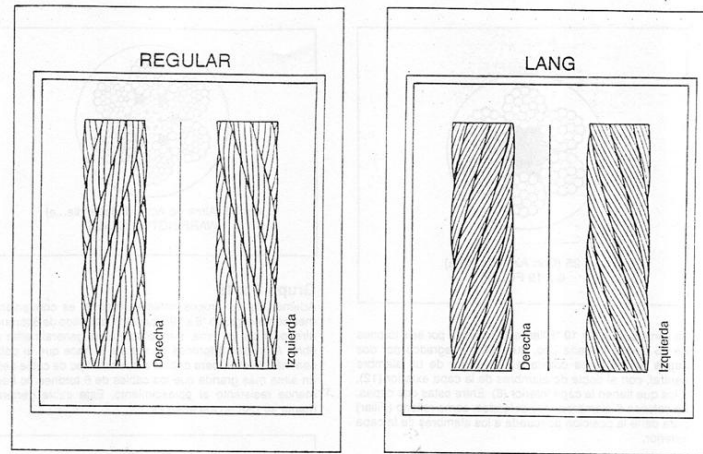
La matemática es un instrumento que permitirá llevar del plano a la realidad las proyecciones teóricas de como habitar, porque habitar y donde habitar. El plano cartesiano es por excelencia el instrumento del arquitecto. Pero en el desarrollo de las proyecciones encontraremos no solo el uso de las matemáticas pre-edificio, sino tal será el caso de la Torre de Pisa como post-edificio.

Como lo comentamos anteriormente el diseño está pensado como una torre que luego de muchos años esta se inclina. Desde ahí los esfuerzos por mantenerla estable a puesto a prueba las leyes de la física propuesta por Newton, como además el uso de ingeniería de soportes o de tensores. En este caso la inclinación es una cualidad y un defecto en si mismo que genera consecuentemente un desarrollo tecnológico y arquitectónico que potencia las relaciones entre arquitectura y las ciencias matemáticas.

El rol que tuvo las matemáticas en la torre de Pisa fue vital para la conservación de dicho edificio. Cabe menciona que tal edificio no solo demuestra un conocimiento en la construcción de torres en altura sino que también una correspondencia arquitectónica y constructiva en el diseño del edificio (Las columnas, el tambor, el relleno, etc.), como además a los criterios tecnológicos por mantenerla estable o en equilibrio. Este último concepto, equilibrio o estabilidad, será el que finalmente este presente hasta la actualidad debido a una inclinación no predispuesta por el diseñador.

El equilibrio estático y la estabilidad será un concepto que estará muy presente en la elaboración arquitectónica. Estos conceptos predispuestos bajo criterios matemáticos, como por ejemplo los principios de las leyes Newton, se mantiene presente con una gran aproximación a la realidad de la torre inclinada de Pisa. Esta condicionante conllevará, además, entender el comportamiento de las cubiertas y conceptos básicos como el plano inclinado para el diseño de estrategias para estabilización de dicha torre como por ejemplo: la ingeniería de cables tensados.

Esta conocimiento de la ingeniería supone entender las propiedades de los elementos tensados sus ventajas y desventajas como además sus límites y beneficios, desde que tipo de tensor usar o las dimensiones específicas y adecuados para la inclinación de la torre. Un conocimiento detallado, en donde, las matemáticas juegan un rol importante para las decisiones finales para la conservación de la torre inclinada.



Referencia Imagen Pisa: “La Torre inclinada de Pisa. Estructura, materiales de construcción e intervenciones de refuerzo” F, VENIALE. 2000. Italia En: <http://materconstrucc.revistas.csic.es> último acceso: 15/09/11

5.3 Importancia de las matemáticas en la formación del arquitecto

Las matemáticas son desde siempre parte intrínseca de la arquitectura y por lo tanto son importantes en la formación de quienes nos vamos a dedicar a ese oficio.

A lo largo de la historia se ha aplicado los adelantos y descubrimientos matemáticos en la investigación, desarrollo y uso de nuevas tecnologías. Algunas de éstas han sido aplicadas al campo de la arquitectura.

Los arquitectos no solo nos encargamos del diseño formal o del aspecto estético del proyecto. Entre otras cosas están también involucrados los cálculos estructurales, la resistencia de materiales, el cálculo de áreas, el aspecto logístico y el administrativo de la obra. En cada uno de estos puntos las matemáticas están involucradas. Pero no solo se aplican en las áreas relacionadas con el cálculo, las matemáticas también están involucradas en el aspecto artístico.

En el aspecto formal la aplicación más obvia o conocida de las matemáticas proviene del campo de la geometría. Debido a eso no es sorpresa que dentro del plan de estudios de una facultad de arquitectura nunca está ausente el curso de geometría descriptiva. La aplicación de las matemáticas para la creación de formas y superficies no se detuvo allí. Gracias a programas de modelado por computadora o de diseño geométrico asistido por computadoras se ha abierto un mundo de posibilidades en lo referente a la creación de formas complejas. Estos programas nos permiten la creación de superficies que hasta hace algunos años hubieran resultado imposibles o poco probables de poder realizarse. Se ha avanzado mucho desde las superficies clásicas, como el paraboloides hiperbólico de

Gaudí, hasta las superficies generadas por computadora que el día de hoy otorgan mayor libertad de diseño en el campo de la arquitectura.

Gracias a herramientas que tienen fundamentos matemáticos los arquitectos, hoy en día, tienen mayor libertad creativa al saber que lo que imaginan es factible y puede volverse realidad. Formas muy complejas o elaboradas, que antes no hubieran podido dejar de ser solo sueños, son el día de hoy proyectos tangibles debido al desempeño de las matemáticas en el campo de la arquitectura.

Es importante entonces la enseñanza de las matemáticas como parte esencial de la formación de los arquitectos debido a que éstas se encuentran en todos los campos de la creación y la ejecución del proyecto arquitectónico.

6. Bibliografía

Pineda, A. *Historia: Torre de Pisa*

En: <http://www.arqhys.com/arquitectura/pisa-torre-historia.html>

Último acceso: 30/10/11

Arquitectura en la Toscana

En: <http://www.arquitectura-antigua.es/italia/torre-pisa.htm>

Último acceso: 30/10/11

Galileo y la Torre inclinada de Pisa

En: <http://www.lorem-ipsuam.es/blogs/hal9000/?p=63>

Último acceso: 30/10/11

Arroyo, C. *Equilibrio de Cuerpos*

En: <http://www.monografias.com/trabajos14/equilibriocuerp/equilibriocuerp.shtm>

Último acceso: 30/10/11

Torre de Pisa

En: http://es.wikipedia.org/wiki/Torre_de_Pisa

Último acceso: 30/10/11

Veniale, F. *La Torre inclinada de Pisa. Estructura, materiales de construcción e intervenciones de refuerzo.*

En: <http://materconstrucc.revistas.csic.es>

Último acceso: 30/10/11

La Torre de Pisa, una obra de arte inclinada.

En: http://www.mipunto.com/temas/3er_trimestre06/latorredepisa.html

Último acceso: 30/10/11

Introducción a la Ingeniería Geotécnica

En: <http://www.slideshare.net/lrveen/introduccion-a-la-ing-geotecnica>

Último acceso: 30/10/11

Evaluación y rehabilitación sísmoresistente de monumentos históricos

En: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/24605/1/nota42-2-3.pdf>

Último acceso: 30/10/11

Las Torres inclinadas de China

En: <http://codigopgt.wordpress.com/2008/05/08/las-torres-inclinadas-de-china/>

Último acceso: 30/10/11

Torres Inclinadas

En: http://es.wikipedia.org/wiki/Torres_inclinadas

Último acceso: 30/10/11

Torres Kio

En: http://es.wikiarquitectura.com/index.php/Torres_Kio

Último acceso: 30/10/11

Cálculo Estructural de Torres Metálicas

En: <http://upcommons.upc.edu/pfc/handle/2099.1/5039>

Último acceso: 30/10/11

La Torre de Pisa

En: <http://www.ameritalia.id.usb.ve/piazz.studi.architettura.torre%20Pisa.htm>

Último acceso: 30/10/11

Italia y su historia

En: http://es.wikipedia.org/wiki/Italia#Renacimiento.2C_dominio_extranjero_y_la_unificaci.C3.B3n_.28s._XIV_al_XIX.29

Último acceso: 30/10/11

Capital Gate: la torre más inclinada del mundo.

En: <http://noticias.arq.com.mx/Detalles/10121.html>

Último acceso: 30/10/11

Lecciones de bajada de cargas.

En: <http://ingenieria-civil31.blogspot.com/>

Último acceso: 30/10/11

Torres inclinadas del mundo.

En: <http://noticiasinteresantes.blogcindario.com/2010/05/01891-torres-inclinadas-del-mundo.html>

Último acceso: 30/10/11

Por qué esta inclinada de la Torre de Pisa.

En: <http://locuraviajes.com/blog/por-que-esta-inclinada-la-torre-de-pisa-italia/>

Último acceso: 01/11/11

Torque y equilibrio del cuerpo rígido

En: <http://www2.udec.cl/~jinzunza/fisica/cap6.pdf>

Último acceso: 01/11/11

Tipologías estructurales de edificios en torre.

En: http://estructuras4.com.ar/edif_torre_tipologias.htm

Último acceso: 01/11/11

Canciani, J. Cej, J. *Edificios en altura, acción del viento.*

En: <http://www.catedracanciani.com.ar/cancianiweb/E3/Viento.pdf>

Último acceso: 01/11/11

Capital Gate. The world's first leaning skyscraper. Abu Dhabi 2010

En: <http://www.youtube.com/watch?v=UYthYsxwJbE>

Último acceso: 01/11/11

Torres Kio en Madrid, primeros rascacielos inclinados del mundo.

En: <http://www.arquigrafico.com/torres-kio-en-madrid-primeros-rascacielos-inclinados-del-mundo>

Último acceso: 01/11/11

Gohoian, Z. Weiting, L. *Geotechnical engineering: case study on the leaning tower of Pisa.*

En: <http://www.youtube.com/watch?v=pVICAXoLoyo&feature=related>

Último acceso: 01/11/11

Plano inclinado.

En: http://es.wikipedia.org/wiki/Plano_inclinado

Último acceso: 01/11/11

Plano inclinado.

En: http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material107/operadores/ope_planoinclinado.htm

Último acceso: 01/11/11

Plano inclinado: descomposición de la fuerza peso.

En: <http://www.resueltoscbc.com.ar/teoricos/fisica/pdf/T3-2.pdf>

Último acceso: 01/11/11

Ugarte, F. (2005)14. *Matemáticas 2 para Arquitectos.* Lima: PUCP.

Superficies

En: <http://www.mathcurve.com/surfaces/superficies.shtml>

Último acceso: 01/11/11

Conceptos geométricos: superficie.

En: http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm

Último acceso: 01/11/11

Superficies regladas (Cilíndricas) sobre curvas planas

En: <http://xtsunxet.usc.es/cordero/curvasplanas/>

Último acceso: 01/11/11

Cilindro.

En: <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

Último acceso: 01/11/11

Simulaciones de las superficies

En: http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_alabeada.swf

Último acceso: 01/11/11

Arquitectura: Capital Gate: La torre más inclinada del mundo.

En: <http://noticias.arq.com.mx/Detalles/10121.html>

Último acceso: 01/11/11

Cables.

En:

<http://webdelprofesor.ula.ve/arquitectura/jorgem/principal/guias/cable.pdf>

Último acceso: 01/11/11

Libros Maravillosos

En: <http://www.librosmaravillosos.com/sabefisica/capitulo01.htm>

Último acceso: 01/11/11

Cables.

En: <http://estructuras.eia.edu.co/estructuras/cables/cables.htm>

Último acceso: 01/11/11

Física I: Estática y dinámica.

En: <http://genesis.uag.mx/edmedia/material/fisica/leyesnewton2.htm>

Último acceso: 01/11/11

Fuerza y equilibrio.

En: <http://fisica.usach.cl/~lhrodrig/fisica1/estatica.pdf>

Último acceso: 01/11/11

7. Anexo 1.

Contexto:

1. "Historia: Torre de Pisa" En: <http://www.arqhys.com/arquitectura/pisa-torre-historia.html> Último acceso: 05/09/11
Encontramos en este link distintos datos de la torre de Pisa, como el inicio de su construcción, su ubicación, etc.
2. "Arquitectura en la Toscana" En: <http://www.arquitectura-antigua.es/italia/torre-pisa.htm> Último acceso: 05/09/11
Ejemplos de distintas edificaciones en la Toscana, dentro de ellas, la Torre de Pisa
3. Club Lorem Ipsum. "Galileo y la Torre inclinada de Pisa" En: <http://www Lorem Ipsum.es/blogs/hal9000/?p=63>
Mención de la anécdota en la que Galileo lanza dos manzanas desde la Torre de Pisa.
4. Cesar Arroyo Cabrera. "Equilibrio de Cuerpos" En: <http://www.monografias.com/trabajos14/equilibriocuerp/equilibriocuerp.shtml>
Monografía que trata sobre los distintos aspectos para mantener un cuerpo inclinado, dentro del cual se menciona el caso de la Torre de Pisa y su notable inclinación.
5. "Torre de Pisa" En: http://es.wikipedia.org/wiki/Torre_de_Pisa
Breve resumen de los puntos importantes que involucran a la torre de Pisa como ubicación
6. F. Venieale. "La Torre inclinada de Pisa. Estructura, materiales de construcción e intervenciones de refuerzo" 2000. Italia En: <http://materconstrucc.revistas.csic.es>
Un trabajo en el cual se profundiza la causa por la cual la torre se inclinó, los esfuerzos para mantenerla estable y un análisis sobre su estructura.
7. "La Torre de Pisa, una obra de arte inclinada" En: http://www.mipunto.com/temas/3er_trimestre06/latorredepisa.html
Datos técnicos y el estado actual de la torre
8. "Introducción a la Ingeniería Geotécnica" En: <http://www.slideshare.net/lrveen/introduccion-a-la-ing-geotecnica>
Explicación del tipo de suelo de la torre y la causal de su inclinación
9. "Evaluación y rehabilitación sísmo resistente de monumentos históricos" En: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/24605/1/nota42-2-3.pdf>
Breve mención del tipo de refuerzo utilizado en 1999 para mantener la torre estable y volver a abrirla al público
10. "Las Torres inclinadas de China" En: <http://codigopgt.wordpress.com/2008/05/08/las-torres-inclinadas-de-china/>
Datos de una de las torres inclinadas del mundo contemporáneo

11. “Torres Inclinadas” En: http://es.wikipedia.org/wiki/Torres_inclinadas
Un breve resumen de distintas torres inclinadas a lo largo del tiempo en distintas partes del mundo
12. “Torres Kio” En: http://es.wikiarquitectura.com/index.php/Torres_Kio
Datos de la construcción de las Torres de Kio
13. “Cálculo Estructural de Torres Metálicas” En:
<http://upcommons.upc.edu/pfc/handle/2099.1/5039>
Uso de tensores para estabilizar construcciones
14. Carlos López Gramcko y Francisco Urea. “La Torre de Pisa” En:
<http://www.ameritalia.id.usb.ve/piazz.studi.architettura.torre%20Pisa.htm>
Trabajo detallado de todos los aspectos de la Torre de Pisa: construcción, materiales, intervenciones y características generales
15. “Italia y su historia” En:
http://es.wikipedia.org/wiki/Italia#Renacimiento.2C_dominio_extranjero_y_la_unificaci.C3.B3n_.28s._XIV_al_XIX.29
En este link podemos encontrar las distintas etapas en Italia tanto en su contexto socio-político como la influencia de las revoluciones para su desarrollo cultural, como en la etapa del Renacimiento.
16. Tony Paterson. “Leaning towers of Frisia battle for title of world’s most crooked building” En: <http://www.independent.co.uk/news/world/europe/leaning-towers-of-frisia-battle-for-title-of-worlds-most-crooked-building-2290806.html>
Artículo sobre las torres inclinadas de Alemania: Suurhusen, Dausenau y Bad Frankenhausen
17. “Capital Gate: la torre más inclinada del mundo” En:
<http://noticias.arq.com.mx/Detalles/10121.html>
Link sobre el edificio Capital Gate. Estructura cuya inclinación fue uno de los objetivos principales desde la partida del proyecto.

Matemáticas:

1. “Lecciones de Bajadas de Carga” En: <http://ingenieria-civil31.blogspot.com/>
Es un blog de ingeniería donde se habla de todos los puntos importantes que debemos tomar en cuenta a la hora de calcular cargas verticales; de tal forma que podamos saber las dimensiones que deberían tener las columnas, vigas y losa según la cantidad de pisos y el peso total que aguantará el edificio.
2. “Torres Inclinadas en el mundo” En:
<http://noticiasinteresantes.blogcindario.com/2010/05/01891-torres-inclinadas-del->

[mundo.html](#)

Un resumen de 7 construcciones en distintas partes del mundo, de las cuales, hay algunas como la Torre Pisa y la Torre de Bolonia (Italia) que fueron diseñadas para que fueran totalmente verticales pero por problemas con el terreno, se inclinaron. Y otras como las Torres de Pekín que ya fueron concebidas con dicha inclinación.

3. “¿Por qué está inclinada la torre de Pisa?” En: <http://locuraviajes.com/blog/por-que-esta-inclinada-la-torre-de-pisa-italia/>

Se puede leer un breve resumen sobre el caso de la Torre de Pisa y los fallos que tuvo desde el principio de su construcción.

4. “Torque y Equilibrio de Cuerpo Rígido” En: <http://www2.udec.cl/~jinzunza/fisica/cap6.pdf>

Un capítulo sobre los cuerpos rígidos y las fuerzas que pueden ser aplicadas a este cuerpo en distintas direcciones.

5. “Tipologías Estructurales de edificios en torre” En: http://estructuras4.com.ar/edif_torre_tipologias.htm

En este link se muestran las diversas tipologías estructuras para las torres. Una breve explicación del comportamiento de los elementos de la edificación para tomar en cuenta a la hora de diseñar un edificio en altura.

6. “Edificios en Altura – acción del viento” En: <http://www.catedracanciani.com.ar/cancianiweb/E3/Viento.pdf>

Un estudio sobre la acción del viento y sus efectos en torres de alturas. Acciones para evitar el colapso y mantener el equilibrio. También muestra los diversos cálculos que hay que tomar en cuenta.

7. “Capital Gate - The world's first leaning skyscraper - Abu Dhabi 2010” En: <http://www.youtube.com/watch?v=UYthYsxxwJbE> 6:48min

Video de Youtube, extracto de un documental de National Geographic, en el que se muestra y explica la construcción y sistema estructural de la torre Capital Gate.

8. “Torres de Kio en Madrid” En: <http://www.arquigrafico.com/torres-kio-en-madrid-primeros-rascacielos-inclinados-del-mundo>

Detalles de las torres Kio en Madrid y una introducción al diseño de su sistema estructural.

9. “Geotechnical Engineering”

<http://www.youtube.com/watch?v=pVICAXoLoyo&feature=related>

Presentación sobre la Torre de Pisa. Historia y causas de la inclinación.

10. “Plano Inclinado” En: http://es.wikipedia.org/wiki/Plano_inclinado

Definición de lo que es un plano inclinado

11. “Estudio del Plano Inclinado” En:
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material107/operadores/ope_planoinclinado.htm

Datos teóricos aplicados al plano inclinado

12. “Plano Inclinado” En: <http://www.resueltoscbc.com.ar/teoricos/fisica/pdf/T3-2.pdf>
Descomposición de la fuerza del peso

13. “Planos Inclinados” En: http://books.google.com.pe/books?id=7BV77_g0UJ8C&printsec=frontcover&dq=planos+inclinados&hl=es&ei=i1d_TvPcDcTYgAeY37wl&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA?#v=onepage&q&f=false

Datos teóricos aplicados al plano inclinado

14. Francisco Ugarte. “Matemáticas 2 para Arquitectos” PUCP 2005
Si bien este libro es para la aplicación de la clase de Matemáticas 2, de la facultad de Arquitectura, en este se puede encontrar algunas definiciones de lo que son las superficies así como formulas y ejercicios para el entendimiento de los cilindros.

15. “Superficies” En: <http://www.mathcurve.com/surfaces/superficies.shtml> En este link, complementa la información del libro, en cuanto a las definiciones y términos acerca de las superficies, te especifica las distintas ecuaciones y sus relaciones. Si bien es un poco difícil pues el link esta en italiano, es posible entender los conocimientos básicos y ecuaciones.

16. “Superficies” En:
http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm

Clasificación sobre los tipos de superficies y sus características

17. “Superficies regladas (Cilíndricas) sobre curvas planas” En:
<http://xtsunxet.usc.es/cordero/curvasplanas/>

En esta página web se pueden observar las distintas formas que se pueden plantear con las curvas.

18. “Cilindro” En: <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

Un blog en donde se habla acerca de las superficies redondas y su desenvolvimiento con la arquitectura y sus formas, como existen las distintas superficies que generan estos grandes edificios.

19. “Simulaciones de las superficies” En:
http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-

[conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_curvatura_simple.swf](#)

El uso de las superficies para simular distintos objetos

20. “Cuerpos Redondos” En: <http://team653-daniel.blogspot.com/2010/10/el-cilindro-es-el-cuerpo-geometrico.htm>

En este blog, no habla básicamente de la superficies cilíndricas, así de dar ejemplos de su utilización en la arquitectura antigua y contemporánea, lo cual nos da una visión mas específica de como las superficies, en específico el cilindro matemáticas se ven relacionadas directamente con la arquitectura.

21. “Capital Gate” En: <http://noticias.arq.com.mx/Detalles/10121.html>

Link sobre el edificio Capital Gate. Estructura cuya inclinación fue uno de los objetivos principales desde la partida del proyecto

22. “Capital Gate: la torre más inclinada del mundo” En:

<http://www.youtube.com/watch?v=UYthYsxwJbE>

Video de Youtube, extracto de un documental de National Geographic, en el que se muestra y explica la construcción y sistema estructural de la torre Capital Gate.

23. “Torres Kio en Madrid, primeros rascacielos inclinados en el mundo” En:

<http://www.arquigrafico.com/torres-kio-en-madrid-primeros-rascacielos-inclinados-del-mundo>

Detalles de las torres Kio en Madrid y una introducción al diseño de su sistema estructural.

24. “Geotechnical Engineering” En:

<http://www.youtube.com/watch?v=pVICAXoLoyo&feature=related>

Presentación sobre la Torre de Pisa. Historia y causas de la inclinación.

25. “Cables” En:

<http://webdelprofesor.ula.ve/arquitectura/jorgem/principal/guias/cable.pdf>

Este link nos muestra de manera precisa la función el diseño y los comportamientos de los cables tensados. Además de algunos ejemplos básicos para calcular las dimensiones del cable.

26. Patricios Barros. “Libros Maravillosos” En:

<http://www.librosmaravillosos.com/sabefisica/capitulo01.html>

Link teórico de las leyes de la física.

27. “Cables” En: <http://estructuras.eia.edu.co/estructuras/cables/cables.htm>

Este Link es muy detallado nos muestra de manera técnica y detallada el diseño y comportamiento de los cables tensados, como además sus limitaciones.