



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LA ARQUITECTURA**  
(MAT-191)\_CICLO 2011-II

**SUPERFICIES MÍNIMAS\_**  
**CASO DEL COMPLEJO OLÍMPICO DE MUNICH**

REALIZADO POR\_

CASTRO, LUIS  
DÍAS, ANA  
DEL ÁGUILA, NICK  
MASGO, FRANCISCO  
MONTEAGUDO, EYDER

CÁTEDRA\_

Ugarte, Francisco  
Azabache, Haydee



## ÍNDICE

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Introducción .....</b>   | <b>06</b> |
| <br>  |           |
| <b>1. CAPÍTULO 1</b>  |           |
| <b>Planteamiento del Problema.....</b>  | <b>07</b> |
| 1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA INDICANDO SU IMPORTANCIA.....                   | 07        |
| 1.2. CONTEXTO.....  | 08        |
| 1.2.1. CONTRARESTAR LA GRAVEDAD .....   | 08        |
| 1.2.2. MOMENTO HISTÓRICO ALEMÁN (AÑOS ´70) .....                              | 09        |
| 1.2.3. ESTADIO OLÍMPICO DE MUNICH (1971) .....                                | 11        |
| 1.2.3.1. Hacia la arquitectura de lo mínimo [concepción de la cobertura]..... | 14        |
| 1.2.3.2. Sobre el complejo olímpico de Múnich.....                            | 14        |
| 1.2.4. ARQ. ENCARGADOS DEL ESTADIO OLÍMPICO DE MUNICH .....                   | 17        |
| 1.2.4.1. Sobre la arquitectura orgánica [corriente arquitectónica].....       | 17        |
| 1.2.4.2. Sobre el deconstructivismo [corriente arquitectónica] .....          | 19        |
| 1.2.5. CORRIENTES ARQUITECTÓNICAS.....  | 20        |
| 1.2.5.1. Arquitectura Racionalista.....                                       | 20        |
| 1.2.5.2. Arquitectura Orgánica.....   | 20        |
| 1.2.5.3. Arquitectura Deconstructivista.....                                  | 21        |
| <br>  |           |
| <b>2. CAPÍTULO 2</b>  |           |
| <b>Solución Matemática del Problema.....</b>                                  | <b>22</b> |
| 2.1. REQUISITOS MATEMÁTICOS PARA RESOLVER EL PROBLEMA.....                    | 22        |
| 2.1.1. CONCEPTOS MATEMÁTICOS.....   | 22        |
| 2.1.1.1. Superficie.....  | 22        |
| 2.1.1.2. Superficie Reglada.....  | 26        |
| 2.1.1.3. Superficie Doblemente Reglada.....                                   | 30        |
| 2.1.1.4. Superficie Mínima.....   | 32        |
| 2.1.1.5. Cono.....  | 36        |
| 2.1.1.6. Cilindro.....  | 40        |
| 2.1.1.7. Conoide.....   | 44        |

|   |    |
|---|----|
| 2.1.1.8. Cilindroide.....   | 48 |
| 2.1.1.9. Paraboloide Hiperbólico.....   | 50 |
| 2.1.1.10. Hiperboloide de revolución.....                                     | 52 |
| 2.2. APLICACIÓN DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS EN LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA..... | 54 |

### **3. CAPÍTULO 3**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Conclusiones.....</b>  | <b>58</b> |
| 3.1. EL IMPACTO EN LA ARQUITECTURA.....                                 | 58        |
| 3.2. EL USO DE LA MATEMÁTICA.....                                       | 59        |
| 3.3. IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DEL ARQUITECTO..... | 60        |

### **ANEXOS**

#### **Referencias y descripción de los artículos citados**

## ÍNDICE DE IMÁGENES

|               |   |        |
|---------------|---|--------|
| 1. IMAGEN 01  | ESTRUCTURA MEGALÍTICA EN VALENCIA DE ALCÁNTARA, CÁCERES           | 08     |
| 2. IMAGEN 02  | VICTIMAS DEL ATENTADO EN LAS OLIMPEADAS DE 1972                   | 09     |
| 3. IMAGEN 03  | PERPETRADORES EN MUNICH   | 10     |
| 4. IMAGEN 04  | CAOS DEJADO EN MUNICH   | 10     |
| 5. IMAGEN 05  | COMPLEJO OLÍMPICO DE MUNICH – VISTA AEREA                         | 11     |
| 6. IMAGEN 06  | COMPLEJO OLÍMPICO DE MUNICH – ESQUEMA                             | 12     |
| 7. IMAGEN 07  | COMPLEJO OLÍMPICO DE MUNICH – FOTO 1970                           | 15     |
| 8. IMAGEN 08  | KAUFMANN HOUSE  | 17     |
| 9. IMAGEN 09  | FREI PAUL OTTO  | 18     |
| 10. IMAGEN 10 | GUNTER BEHNISCH   | 19     |
| 11. IMAGEN 11 | REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE SUPERFICIE                              | 23     |
| 12. IMAGEN 12 | SUPERFICIES – REVOLUCIÓN/NO REVOLUCIÓN                            | 23     |
| 13. IMAGEN 13 | SUPERFICIES   | 24     |
| 14. IMAGEN 14 | EJEMPLO DE SUPERFICIES(POLIEDROS)                                 | 24     |
| 15. IMAGEN 15 | REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA SUPERFICIE REGLADA                  | 26     |
| 16. IMAGEN 16 | CINTA DE MÖBIUS   | 27     |
| 17. IMAGEN 17 | REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL PARABOLOIDE HIPERBÓLICA                | 27, 50 |
| 18. IMAGEN 18 | REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA               | 27, 52 |
| 19. IMAGEN 19 | POLIEDROS REGULARES   | 28     |
| 20. IMAGEN 20 | PARABOLOIDE HIPERBÓLICO, HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN, EL HELICOIDE | 29     |
| 21. IMAGEN 21 | REPRESENTACIÓN SUPERFICIE DOBLEMENTE REGLADA                      | 30     |
| 22. IMAGEN 22 | RICHARD ROGERS: PALACIO DE JUSTICIA DE AMBERES, BÉLGICA           | 31     |
| 23. IMAGEN 23 | OSCAR NIEMEYER: CATEDRAL DE BRASILIA, BRASILIA                    | 31     |
| 24. IMAGEN 24 | HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN  | 32     |
| 25. IMAGEN 25 | IGLESIA DE LA SAGRADA FAMILIA DE GAUDÍ                            | 33     |
| 26. IMAGEN 26 | GRAFICOS DE SUPERFICIES MÍNIMAS                                   | 34     |
| 27. IMAGEN 27 | SUPERFICIES DE CURVATURA SIMPLE                                   | 36     |
| 28. IMAGEN 28 | REPRESENTACIÓN DIÉDRICA DE UNA SUPERFICIE CÓNICA                  | 37     |
| 29. IMAGEN 29 | SUPERFICIES CÓNICAS   | 38     |
| 30. IMAGEN 30 | SECCIONES CÓNICAS   | 38     |
| 31. IMAGEN 31 | CENTRO DE GRAVEDAD  | 39     |
| 32. IMAGEN 32 | CAPILLA DE SAINT PIERRE   | 39     |
| 33. IMAGEN 33 | CONO EN LA CIUDAD DE LAS ARTES Y LAS CIENCIAS, VALENCIA           | 39     |
| 34. IMAGEN 34 | REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE CILÍNDRIO                               | 40     |
| 35. IMAGEN 35 | SECCIONES CÓNICAS   | 42     |
| 36. IMAGEN 36 | CILINDRO ELÍPTICO   | 42     |
| 37. IMAGEN 37 | CILINDRO PARABÓLICO   | 43     |
| 38. IMAGEN 38 | CILINDRO HIPERBÓLICO  | 43     |
| 39. IMAGEN 39 | SEDE PRINCIPAL DE BMW GROUP EN MUNICH                             | 43     |
| 40. IMAGEN 40 | CASA CILINDRO DE CONCRETO   | 43     |

|               |  |        |
|---------------|--|--------|
| 41. IMAGEN 41 | SUPERFICIES ALABEADAS – CONOIDE .....                      | 44     |
| 42. IMAGEN 42 | VISTA DE CONIDE EN PLANTA , ELEVACION Y VISTA 3D .....     | 45     |
| 43. IMAGEN 43 | SECCIONE CONOIDE .....                                     | 45     |
| 44. IMAGEN 44 | CONOIDE .....  | 45     |
| 45. IMAGEN 45 | TEMPLO EXPIATORIO DE LA SAGRADA FAMILIA .....              | 46     |
| 46. IMAGEN 46 | DETALLE TEMPLO EXPIATORIO DE LA SAGRADA FAMILIA .....      | 46     |
| 47. IMAGEN 47 | VISTA DE NOCHE, ESTRUCTURA CONOIDE .....                   | 47     |
| 48. IMAGEN 48 | VISTA AÉREA, ESTRUCTURA CONOIDE .....                      | 47     |
| 49. IMAGEN 49 | CILINDROIDE .....  | 48     |
| 50. IMAGEN 50 | CILINDROIDE DE DIRECTRIZ CIRCULAR .....                    | 48     |
| 51. IMAGEN 51 | SUPERFICIES REGLADAS-CILINDROIDE .....                     | 49     |
| 52. IMAGEN 52 | CAMPUS DE JUSTICIA DE MADRID .....                         | 49     |
| 53. IMAGEN 53 | JUZGADO CIVIL .....  | 49     |
| 54. IMAGEN 54 | HIPERBOLA INTERSECTADA .....                               | 51, 54 |
| 55. IMAGEN 55 | L'OCEANOGRÁFIC, VALENCIA .....                             | 51     |
| 56. IMAGEN 56 | HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN .....                           | 52     |
| 57. IMAGEN 57 | REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS ..... | 53     |
| 58. IMAGEN 58 | ELEMENTOS EN UNA HIPERBOLOIDE .....                        | 53     |
| 59. IMAGEN 59 | CATEDRAL DE BRASÍLIA - OSCAR NIEMEYER .....                | 53     |
| 60. IMAGEN 60 | ELEMENTOS DE ESTRUCTURA .....                              | 55     |
| 61. IMAGEN 61 | SUPERFICIES SINCLÁSTICA Y ANTICLÁSTICA .....               | 56     |
| 62. IMAGEN 62 | SUPERFICIES SINCLÁSTICA Y ANTICLÁSTICA .....               | 57     |
| 63. IMAGEN 63 | ESTUDIO DE COMPORTAMIENTO DE CABLES .....                  | 57     |

## ÍNDICE DE TABLAS

|             |                                   |    |
|-------------|-----------------------------------|----|
| 1. TABLA 01 | CASIFICACIÓN DE SUPERFICIES ..... | 25 |
|-------------|-----------------------------------|----|

## I INTRODUCCIÓN

La arquitectura, surge de la preocupación del ser humano por protegerse de la intemperie y a darle a esta un sentido estético. Es decir, todo comenzó cuando los primeros hombres buscaron darse sombra, protegerse de la lluvia, los vientos y otros, y con los años, esta preocupación, fue adquiriendo otras concepciones. Es así, que de un techo se fueron dando y planteando soluciones más maduras llegando a hacer los edificios que se pueden observar en la actualidad.

En esta búsqueda y constante evolución de lo estético y constructivo, en el campo de la arquitectura, las coberturas han tenido toda una investigación, innovación y reflexión surgiendo el nacimiento de múltiples sistemas constructivos para dicha función, la de protegerse. El objetivo del presente trabajo es el de presentar un sistema estético y constructivo, en específico, dentro de los múltiples sistemas que han surgido a lo largo de los años, que es el de las coberturas planteadas a partir de la teoría de las superficies mínimas. Las observaciones que hicieron al hombre plantearse este sistema, la importancia de plantearse hacer una cobertura a partir de esta teoría y los surgimientos tecnológicos que se han logrado a partir de ello. Para entender las aplicaciones de la teoría en un edificio arquitectónico se va a plantear como objeto de estudio un proyecto de las observaciones a lo natural, y las investigaciones sobre las superficies mínimas, lo cual podemos apreciar en el Complejo Olímpico de Múnich, desarrollado por el arquitecto Frei Otto.

Es decir, es importante el análisis de la cobertura del complejo obteniendo un proyecto con grandes luces y con una mínima cantidad de materiales, he ahí de donde radica la importancia del caso elegido, el proceso de análisis, que es el que buscamos conocer. Se va a lograr la propiedad de minimizar el área permitiéndole al arquitecto construir y levantar la estructura muy ligera de la cobertura, mediante apoyos y cables donde los esfuerzos interiores se anulan. Esta disminución del peso permitía una disminución de costos y, a su vez, una forma atrevida que llama la atención de sus observadores, que también podría tomarse como muy escultórica. Escultura muy ligada a lo que respecta la arquitectura orgánica, como aquella que juega con lo vivo, y que también se ha a profundizar en el presente trabajo.

En el contexto de nuestro trabajo analizaremos los temas de geometría analítica centrándonos en los proyectos de coberturas en las que se aplican los conceptos de superficies mínimas, teniendo como ejemplo central el estadio Olímpico de Múnich. De esta manera, también analizaremos a los arquitectos encargados de la obra y también sus demás obras que se relacionan con el tema en investigación. Estos son el arquitecto Gunther Behnisch y Frei Paul Otto, ambos representantes del deconstructivismo y partícipes importantes en la arquitectura del siglo XX.

Analizaremos también los contextos de nuestro tema a debatir en cuanto a las facetas de la arquitectura en sus corrientes, la arquitectura racionalista, la orgánica y la deconstructivista. En el contexto sociopolítico nos centramos en la etapa de la post guerra la cual fue crucial a analizar para la construcción del estadio olímpico de Múnich. Por otro lado, en el análisis de los temas matemáticos vinculados al tema de superficies mínimas, presentamos conceptos básicos de la geometría que es básica a ser enfocada por pertenecer al tema. Entre ellos nos centramos en el cono, el cilindro, el helicoides, el conoide, el cilindroide, el hiperboloide, entre otros. Por último, el trabajo presentara las conclusiones a las cuales hemos llegado a partir de del presente trabajo, la sensibilidad que ha tomado las matemática para nuestra formación.

# Capítulo 1

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 \_ DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA INDICANDO SU IMPORTANCIA

El presente trabajo tiene como propósito el de conocer como se aplica teoría de las superficies mínimas en el Complejo Olímpico de Múnich, diseñado por el arquitecto Frei Otto. En la investigación se van a desarrollar preguntas como ¿Qué es una superficie mínima? ¿Qué consecuencias ha tenido la teoría en la arquitectura? ¿Cómo se llego a esta teoría? ¿Qué determino que el arquitecto llegue a dicha solución arquitectónica? ¿Cómo llego a dicha solución? ¿La solución tiene beneficios para la profesión? y otras, como insumos para conocer su aplicación en el caso de estudio e importancia.

Las razones que motivan la investigación son simples, los arquitectos, y en nuestro caso, futuros arquitectos, tenemos algo que es innato, importante, esencial, y casi imposible de desligar para poder ejercer esta profesión, que es el de buscar innovar en lo que respecta a las formas, sistemas constructivos, materiales y sensaciones espaciales. Entonces, el tema a investigar no podía estar apartado de estas curiosidades relacionadas con el quehacer de la profesión, por ello, de la lista de temas a elegir vimos en las superficies mínimas una oportunidad para enriquecer dichas curiosidades. Ello debido a que para empezar, es un tema que no habíamos tratado, desde inicio de la carrera y que siempre despertó incógnitas por desarrollar, por otro lado cada proyecto que se ha hecho y que ha sido abordado desde este tema, el de las superficies mínimas, eran innovadores en el aspecto formal, por las coberturas y superficies curvas, y constructivo, el uso de materiales desde otras concepciones y con sistemas no convencionales, que es hasta donde llegaba nuestro conocimiento en el momento de la elección, y que son temas más que suficientes para incentivar a profundizarlos, conocer lo no convencional.

Estamos convencidos que una investigación como esta tiene un valor potencial, esto debido a que, para empezar tiene un relevancia en nuestra profesión, el proyecto del complejo Olímpico de Múnich si bien tecnológicamente ha sido superado por otras edificaciones ha influido en la evolución de estas, es decir, no podríamos en nuestra actualidad proponer edificios cuya estructura haga uso de la teoría de las superficies mínimas sin hacer un reconocimiento de un edificio construido, como se ha aplicado, que consecuencias trajo en la época de su concepción y la teoría constructiva que surgió de estructurar el edificio a partir de la presente teoría lo cual también le da el valor teórico a la investigación, ya que para formular dichas teorías se ha hecho uso de experimentaciones previas, temas que también serán expuestos en el trabajo.

### 1.2 \_ CONTEXTO

### 1.2.1 CONTRARRESTAR LA GRAVEDAD -PROBLEMÁTICA-

A lo largo de la historia, el hombre se ha centrado en la búsqueda de sistemas estructurales y materiales cada vez más ligeros y que demanden poco tiempo de armado. Prueba de esto, es el paso de las grandes estructuras megalíticas erguidas a lo largo de la historia, en donde el peso era de toneladas por metro cuadrado, a la utilización del acero como material estructural que permitió reducir dicho peso a tan solo unos pocos kilogramos por metro cuadrado.

Ahora en la actualidad, con los avances tecnológicos en el campo de la ingeniería estructural se ha logrado desarrollar lo que se conoce como estructuras textiles cuyo peso es menor a 10 kilogramos por metro cuadrado. Este sistema estructural ha sido usado en proyectos emblemáticos como la Arena Raleigh de Nowicki (1953) y el Estadio Olímpico de Munich (1967-72) de Behnisch, debido a que su empleo es muy favorable en lo que reducción de costos se refiere, así como también su fácil armado debido a que las piezas que se usan para unir los diversos elementos que componen el sistema estructural, son prefabricadas. Otro punto a favor es que permite cubrir grandes luces con la mínima cantidad de material y se logra a la vez tener un espacio libre, sin apoyos.

Como se puede apreciar, la búsqueda del hombre no ha sido solo el cómo sostener un techo, es decir contrarrestar los esfuerzos de la gravedad, sino también dar a esa estructura una cobertura, tratando que sea lo más ligera posible y de armado rápido y sencillo para poder protegerse del ambiente que lo rodea. Es con este sentido que el desarrollo del Complejo Olímpico de Munich cobra su importancia para nosotros como caso de estudio; los arquitectos Behnisch y Frei Otto, logran una libertad formal que se ve expresada en la estructura de la cobertura cuya solución proviene de su ingenio y dedicación. El entender cada parte del desarrollo, ha sido y será de gran importancia para el diseño de proyectos futuros, ya que a lo largo de toda nuestra vida profesional esto va a ser algo de todos los días y debemos estar preparados.<sup>(1)</sup>



IMAGEN 01

Estructura megalítica en Valencia de Alcántara, Cáceres.

Fuente: <http://es.wikipedia.org/wiki/Megalitismo>

(1) NN. "Cubierta del Estadio Olímpico de Múnich 1972". En: [www.sbp.de/es/build/sheet/7-Dach\\_Olympiastadion\\_?München.pdf](http://www.sbp.de/es/build/sheet/7-Dach_Olympiastadion_?München.pdf).  
Revisado 16/10/11



## 1.2.2 MOMENTO HISTÓRICO ALEMÁN (AÑOS '70) -CONTEXTO SOCIOPOLÍTICO-

Viviendo un contexto social de cambios debido a la post guerra, poco a poco esta surge de la decadencia dejada tras la guerra mediante a las investigaciones tecnológicas, y prototipos científicos logrando tal productividad que llega a considerarse, aunque en un corto periodo, la décima potencia industrial del mundo. Pero si bien esta crece, los bienes de consumo eran escasos en algunos contextos, llegando a ser permisivos con la existencia de un mercado negro para cubrir la demanda, a cambio de mayores precios.

En todo este crecimiento, Alemania (Munich) es elegida en 1966 como Sede de los Juegos Olímpicos de 1972. Para esas fechas, no se contaba con infraestructura especializada para dichos juegos; para lo cual, cerca a acabar el mandato del presidente Lübke a Gustav, se lanza un concurso en 1967, y de los 102 presentados, destaco el de Günter Behnisch & Partners.

En el mismo año, se inician las obras para la construcción de la cubierta del Complejo Olímpico, las cuales estaban ubicadas a 4 kilómetros del centro de Munich, el cual era un área plana deshabitada, pero que años atrás, en la II Guerra Mundial (IIGM) era un aeropuerto militar. (2)

Al año siguiente, los arquitectos ganadores del concurso son llamados para el desarrollo de las instalaciones olímpicas, concluyéndolas en junio del mismo año. (3)

Al año siguiente, se viven las elecciones, ganando el partido social democrático con Gustav Heinemann a la cabeza, de manera completamente democrática por los partidos socio demócrata y liberal, siendo uno de los presidentes más respetados de Alemania. Es así que en 1972 se viven los Juegos Olímpicos y que un par de años después se juega la Copa del Mundo de Fútbol, pero cabe resaltar que en el primer caso, todo no fue sudor, alegría y medallas, pues ocurrieron sucesos que tiñeron de sangre los Juegos Olímpicos. (4)



IMAGEN 02

**Victimas del atentado  
en las olimpeadas de  
1972**

Fuente:  
[http://noti.hebreos.net/  
enlinea/2006/09/11/108  
3/](http://noti.hebreos.net/enlinea/2006/09/11/1083/)

(2) Fuente: <http://www.lmc.ep.usp.br/people/hlinde/estruturas/munich.htm> Revisado:17/10/11

(3) Fuente: [http://es.wikipedia.org/wiki/Presidente\\_de\\_Alemania](http://es.wikipedia.org/wiki/Presidente_de_Alemania)?Revisado:17/10/11

(4) Fuente:<http://www.notinat.com.es/vernoticia.asp?id=1558> Revisado 22/10/11

Esto se debió a la actuación de un grupo guerrillero palestino, los cuales se encontraban en los edificios de los deportistas israelíes, exigiendo la liberación de 200 árabes y terroristas alemanas encarcelados, pero aquellos sucesos culminaron al día siguiente con la muerte de once deportistas de nacionalidad ya mencionada y de los perpetradores del acto terrorista. Pero cabe mencionarse que el atentado no fue en contra del evento deportivo, sino contra miembros de un país en guerra con otro (Israel – palestina), lo cual no se entendió bien en su momento. (4)

## The victims of Munich

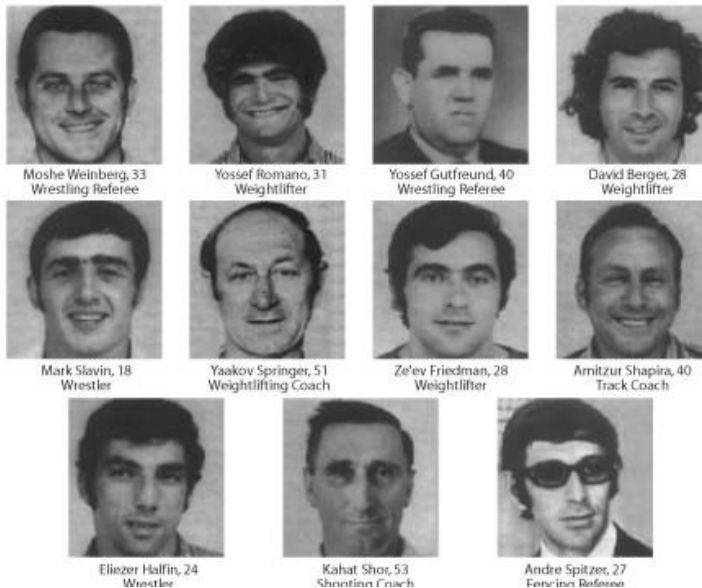


IMAGEN 03

### Perpetradores en Munich

Fuente:  
<http://www.canaldehistoria.es/hoyenhistoria/252/Atletas-asesinados-en-Munich>



IMAGEN 04

### Caos dejado en Munich

Fuente:  
<http://www.diviernet.com/2010/12/la-ira-de-dios-discovery-channel.html>

(4) Fuente:<http://www.notinat.com.es/vernoticia.asp?id=1558> Revisado 22/10/11

### 1.2.3 ESTADIO OLÍMPICO DE MUNICH (1971)



IMAGEN 05

#### Complejo Olímpico de Munich.

Fuente: [http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=31&ved=0CCEQFjAAOB4&url=http%3A%2F%2Fwww2.uah.es%2Finnovaciones%2F0405%2Ftrabajo%2520de%2520alumnos%2FFrei%2520Otto.doc&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=WBqdTqi5Js?-r0AHC\\_ayfCQ&usg=AFQjCNELQ20j544SfUBPgP1WgkxKe4H3iw?&cad=rja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=31&ved=0CCEQFjAAOB4&url=http%3A%2F%2Fwww2.uah.es%2Finnovaciones%2F0405%2Ftrabajo%2520de%2520alumnos%2FFrei%2520Otto.doc&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=WBqdTqi5Js?-r0AHC_ayfCQ&usg=AFQjCNELQ20j544SfUBPgP1WgkxKe4H3iw?&cad=rja)

#### Datos Generales <sup>(5)</sup>

*Localidad Munich, Alemania*

*Tipología Estructura de malla de cables pretensados*

*Propiedad Olympia Baugesellschaft München*

*Inauguración 1971*

*Responsabilidad Diseño conceptual, Proyecto de ejecución, Supervisión de obra (con Leonhardt und André)*

*Arquitecto Behnisch und Partner, Stuttgart; Frei Otto, Stuttgart*

(5) NN. "Cubierta del Estadio Olímpico de Múnich 1972". En: [www.sbp.de/es/build/sheet/7-Dach\\_Olympiastadion\\_?München.pdf](http://www.sbp.de/es/build/sheet/7-Dach_Olympiastadion_?München.pdf).  
Revisado 16/10/11



## Elementos que componen la cubierta <sup>(5)</sup>

Ancho del elemento de membrana 75 x 75 cm  
Cables de borde cordones cerrados  
Cables interiores cordones abiertos  
Nudos acero de fundición  
Mástiles tubos de acero  
Cubierta cristal acrílico (Plexiglás)

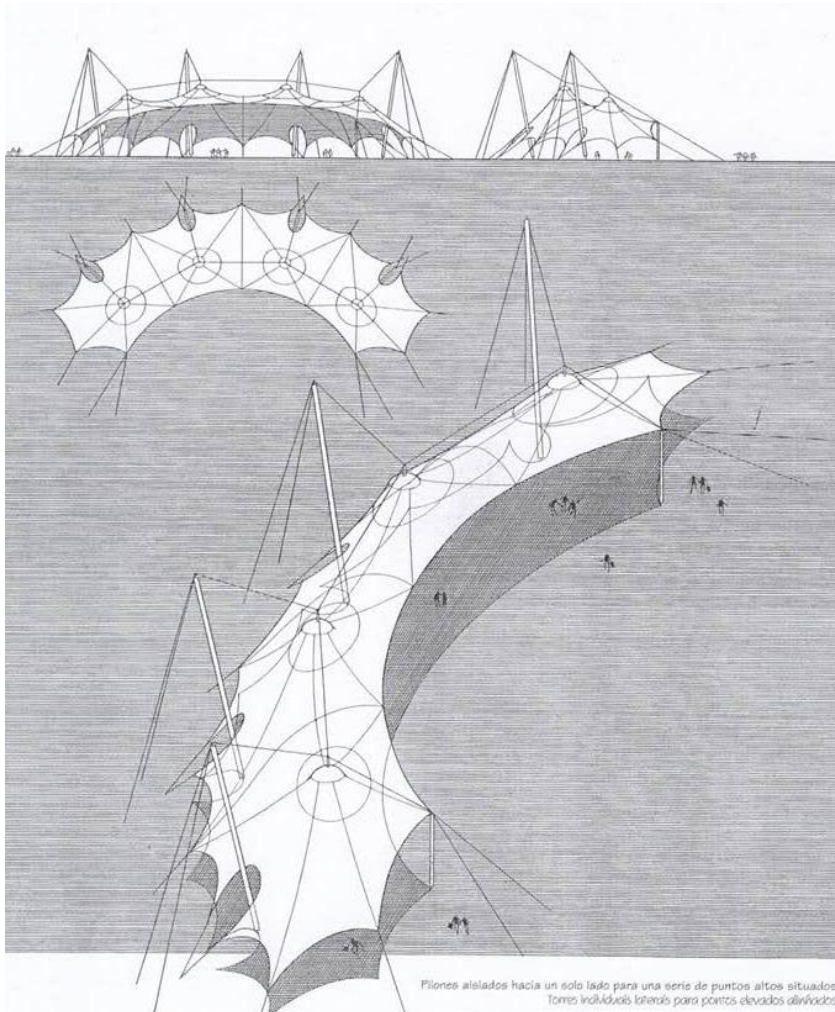


IMAGEN 06

### Complejo Olímpico de Munich.

Fuente: [http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=31&ved=0CCEQFjAAOB4&url=http%3A%2F%2Fwww2.uah.es%2Finnovaciones%2F0405%2Ftrabajo%2520de%2520alumnos%2FFrei%2520Otto.doc&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=WBqdTqiJS?-r0AHC\\_ayfCQ&usg=AFQjCNELQ20j544sfUBPgP1WgkxKe4H3iw?&cad=rja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=31&ved=0CCEQFjAAOB4&url=http%3A%2F%2Fwww2.uah.es%2Finnovaciones%2F0405%2Ftrabajo%2520de%2520alumnos%2FFrei%2520Otto.doc&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=WBqdTqiJS?-r0AHC_ayfCQ&usg=AFQjCNELQ20j544sfUBPgP1WgkxKe4H3iw?&cad=rja)

(5) NN. "Cubierta del Estadio Olímpico de Múnich 1972". En: [www.sbp.de/es/build/sheet/7-Dach\\_Olympiastadion\\_?München.pdf](http://www.sbp.de/es/build/sheet/7-Dach_Olympiastadion_?München.pdf).  
Revisado 16/10/11

## Clasificación de Sistemas Estructurales <sup>(6)</sup>

1. Sistema de Forma Activa: Estructuras que trabajan a tracción o compresión simples.  
Cables y Arcos
2. Sistemas de Vector Activo: Estructuras en estados simultáneos de esfuerzos de tracción y compresión.  
Cerchas planas y espaciales
3. Sistemas de Masa Activa: Estructuras que trabajan a flexión.  
Vigas, Dinteles, Pilares y Pórticos
4. Sistemas de Superficie Activa: Estructuras en estado de tensión superficial.  
Placas, Membranas y Cáscaras

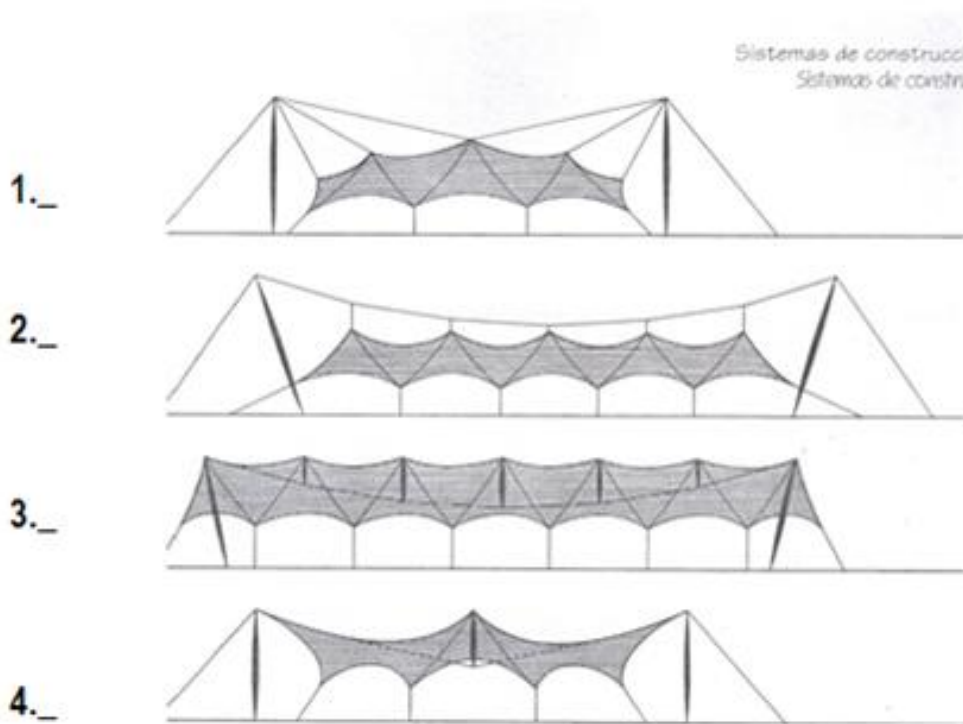


IMAGEN 06

### Complejo Olímpico de Munich.

Fuente: [http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=31&ved=0CCEQFjAAOB4&url=http%3A%2F%2Fwww2.uah.es%2Finnovaciones%2F0405%2Ftrabajo%2520de%2520alumnos%2FFrei%2520Otto.doc&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=WBqdTqi5Js?-r0AHC\\_ayfCQ&usg=AFQjCNELQ20j544SfUBPgP1WgkxKe4H3iw?&cad=rja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=31&ved=0CCEQFjAAOB4&url=http%3A%2F%2Fwww2.uah.es%2Finnovaciones%2F0405%2Ftrabajo%2520de%2520alumnos%2FFrei%2520Otto.doc&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=WBqdTqi5Js?-r0AHC_ayfCQ&usg=AFQjCNELQ20j544SfUBPgP1WgkxKe4H3iw?&cad=rja)

La cubierta del estadio Olímpico responde en su mayoría al primer sistema, pero se encuentra apoyado en algunos puntos mediante cables que soportan puntos centrales

(6) Francisco Vizcaino Ruiz. "Estadio Olímpico de Munich 1972".

En: [http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=31&ved=0CCEQFjAAOB4&url=http%3A%2F%2Fwww2.uah.es%2Finnovaciones%2F0405%2Ftrabajo%2520de%2520alumnos%2FFrei%2520Otto.doc&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=WBqdTqi5Js?-r0AHC\\_ayfCQ&usg=AFQjCNELQ20j544SfUBPgP1WgkxKe4H3iw?&cad=roja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=31&ved=0CCEQFjAAOB4&url=http%3A%2F%2Fwww2.uah.es%2Finnovaciones%2F0405%2Ftrabajo%2520de%2520alumnos%2FFrei%2520Otto.doc&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=WBqdTqi5Js?-r0AHC_ayfCQ&usg=AFQjCNELQ20j544SfUBPgP1WgkxKe4H3iw?&cad=roja). Revisado: 16/10/11

### 1.2.3.1 HACIA LA ARQUITECTURA DE LO MÍNIMO [Concepción de la Cobertura] <sup>(7)</sup>

El desarrollo de las construcciones livianas, está orientado a lo que demandan los tiempos actuales: ligereza, menor gasto energético, más movilidad, mayor adaptabilidad, características que se encuentran en las construcciones de algunos animales.

Frei Otto realizó un estudio de las similitudes, entre la tecnología animal y la humana, centrándose en el diseño de mallas de acero pretensadas, a similitud de las redes de los insectos. Lo que más le llamó la atención, dedicándole mucho de su tiempo, fue el sistema que usaban las arañas para poder atrapar su alimento, las telarañas, encontrando en ellas leyes físicas de minimización superficial debido a su elasticidad y diseño de trazado, considerálas como verdaderos mecanismos en miniatura, estas características le permiten absorber los impactos y contrarrestar los esfuerzos producidos por el viento o soportes flexibles.

### 1.2.3.2 SOBRE EL COMPLEJO OLÍMPICO DE MUNICH

El proyecto se desarrolla en un ámbito de ideas vanguardistas que criticaban el ideal arquitectónico de la época. Estas ideas fueron impulsadas por el Arq. Frank Lloyd Wright, quien nos dejó como parte de su legado lo que hoy conocemos como arquitectura orgánica, buscando integrar de manera armónica las construcciones humanas con la naturaleza, en otras palabras el edificio sublevado al entorno natural. Es en base a estas ideas se proyecta la construcción del Complejo de Munich. Buscando conseguir el mínimo impacto sobre el parque, como un velo tendido sobre la colina y que imitase los Alpes. Por primera vez la generación de la forma no provenía de procesos físicos naturales, sino de un diseño preconcebido. El Arq. Frei Otto estudia las formas naturales como las telarañas para poder concebir la estructura que sostendría dicha cobertura ligera. En 1966 Munich fue elegido por el Comité Olímpico Internacional para albergar los Juegos Olímpicos de 1972 XMS. La ciudad no tenía ninguna infraestructura que podría albergar el evento deportivo, con sólo una gran área plana deshabitada y cuatro kilómetros del centro. Esta zona, conocida como Oberwiesenfeld <sup>(IMAGEN 07)</sup>, ubicada en la 2ª Guerra Mundial un aeropuerto militar de la Wehrmacht (fuerzas armadas alemanas), y resultó ser el lugar ideal para los Juegos Olímpicos.

Con el objetivo de crear un complejo deportivo que se atrevió a contemplar todos los deportes de los Juegos, el gobierno alemán en 1967 lanzó un concurso internacional entre los arquitectos. De los 102 proyectos registrados, propuesto por Günther Behnisch & Partners, Stuttgart, fue de lejos el más ambicioso, convencer al jurado. Sin embargo, su complejidad requeriría la creación de diferentes soluciones técnicas, que dejó a los organizadores del cuidado de la viabilidad del proyecto. La idea principal del proyecto espectacular fue la construcción de una gran carpa en las instalaciones, permitiendo estructuralmente liviano y armonía con el terreno circundante <sup>(IMAGEN 08)</sup>. Gracias a su estética distinta y moderna, muchas personas lo describen como una tela de araña, con un biomorfo arquitectura, y más importante para comparar una bolsa grande de plástico desechables. <sup>(8)</sup>

(7) María Rosa Sánchez de Colacelli. "La Forma de las Cubiertas de Membrana".

En: <http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=11&ved=0CC0QFjAAOao?&url=http%3A%2F%2Fwww.herrera.unt.edu.ar%2Frevistacet%2Fanteriores%2FNro28%2FPDF%2FN28Doc04.pdf&rct=j&q=importancia%20del%20complejo%20olimpico%20de%20munich&ei=ZySdTvaxFYnV0QG7qNm6CQ?&usq=AFQjCNHkwt2v28MfLPZ0cBja8?-KlkBDwrg?> Revisado: 16/10/11

(8) Fuente: <http://www.lmc.ep.usp.br/people/hlinde/estruturas/munich.htm>



IMAGEN 07

**Complejo Olímpico de Munich.**  
Fuente: [www.olympia72.de](http://www.olympia72.de)

La cobertura se extiende desde el estadio principal del centro acuático, también alberga la pista de patinaje sobre hielo y el Salón de Deportes (pabellón de deportes multiusos). Los paneles transparentes que lo componen se basan en una amplia red de cables de acero que a su vez está colgando polos situados fuera de las instalaciones, la mejora de los espacios internos y el aumento de la sensación de ligereza. Figura 5 se observa la unión de la malla a los mástiles, hecho por cables de acero unidos en puntos estratégicos, definir el formato único de la estructura. Además de los mástiles, la cobertura también se relaciona directamente con el suelo a través de anclajes tirados por cables de acero, lo que

garantiza una mayor rigidez a la estructura. Los arquitectos fueron llamados solamente para la construcción de instalaciones olímpicas en marzo de 1968. Sin embargo, nada acerca de la cobertura de la controversia se había terminado para junio de ese año, cuando Frei Otto, llamado como consultor por Günther Behnisch and Partners, ha redefinido las curvas y formas que se ven hoy en el techo del estadio. (9)

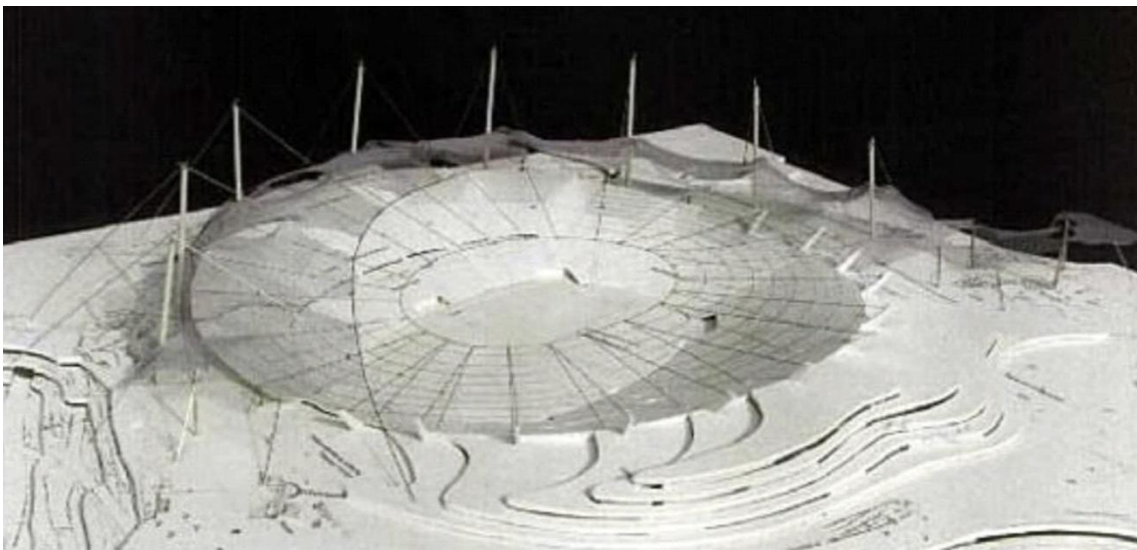


IMAGEN 08

#### Complejo Olímpico de Munich - MAQUETA

Fuente: [www.geocities.com](http://www.geocities.com)

El desarrollo de las tecnologías necesarias para construir la comunidad científica se movía como un programa espacial. Las ecuaciones de estática participación de 10.500 incógnitas (número considerable para la época) fueron resueltas por Fritz Leonhardt **Andrä** y Wolfhard. El Instituto de estructuras ligeras (Institut für leichte **Flächentragwerke?**) se graduó en la Universidad de Stuttgart especialistas en este nuevo proyecto, que ha aconsejado la experiencia Otto Frei. Aunque todo el mundo está de acuerdo en que la cobertura debe ser apoyada por una malla de alambre de acero con 75x75 cm, el material de los paneles se resuelve el litigio. Frei Otto propone ligeros paneles de hormigón armado polímeros. Otros han propuesto madera laminada cubierta con fieltro y papel de aluminio. Sin embargo, las compañías de televisión han insistido en que debe haber una gran diferencia de brillo entre las partes cubiertas y no cubiertas del estadio, lo que llevó a la elección de los paneles de acrílico transparente. Pone de manifiesto en las figuras 7, 8 y 9, estos paneles de 2,90 x 2,90 m se fijan en los puntos de intersección con una malla de cables de acero, separados por juntas de neopreno para permitir una mayor movilidad. El rendimiento de este material es cuestionable, ya que el confort térmico se vio afectada por debajo de la cubierta y la durabilidad de los paneles se estimó en sólo 15 años. (10)

(9)Fuente:[http://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/11120032/arquitectura-organica-\\_estadio-olimpico-de-munich\\_.html](http://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/11120032/arquitectura-organica-_estadio-olimpico-de-munich_.html)(Link del

(10)PPT:<http://www.megaupload.com/?d=3H7FHAFY>



## 1.2.4 ARQ. ENCARGADOS DEL ESTADIO OLÍMPICO DE MUNICH

### 1.2.4.1 SOBRE LA ARQUITECTURA ORGÁNICA [Corriente Arquitectónica]

La Arquitectura orgánica es una filosofía arquitectónica que promueve la creación de espacios humanos que armonicen con la naturaleza. Se procura integrar la construcción, el mobiliario y el entorno, para formar una composición unificada. Uno de sus más grandes representantes y difusor fue el Arq. Frank Lloyd Wright.<sup>(11)</sup>



*"El término arquitectura orgánica es una creación del arquitecto norteamericano Frank Lloyd Wright, donde promueve este modelo de arquitectura como el ideal moderno de arquitectura para vivir en conjunto con la vida. Exaltando las formas surgidas de la naturaleza de los materiales y del propósito."*

IMAGEN 08

#### Kaufmann house

Fuente: <http://www.wright-house.com/frank-lloyd-wright/fallingwater-pictures/traditional-view-fallingwater.html>

(11) Fuente: [http://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/11120032/arquitectura-organica-\\_estadio-olimpico-de-munich\\_.html](http://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/11120032/arquitectura-organica-_estadio-olimpico-de-munich_.html) (Link del PPT: <http://www.megaupload.com/?d=3H7FHAFY>)

## FREI PAUL OTTO (Siegmar,1925)



IMAGEN 09

### FREI PAUL OTTO

Fuente: <http://aefirms.wordpress.com/author/laureljohnson2009/>

Arquitecto, Ingeniero civil, Profesor y teórico alemán. Su gran experiencia en construcción, mallas y otros sistemas de construcción le han dado un lugar entre los arquitectos más significativos del siglo XX. Se encuentra a la vanguardia en arquitectura de formas orgánicas; siendo el Complejo Olímpico de Munich uno de sus proyectos más importantes. “Se centra en la consecución de estructuras ligeras, las cuales, al igual que la naturaleza, rebajan el empleo de material y permiten la consecución de una obra más diáfana. Así, mediante las membranas tensadas por cables, lograba una estructura capaz de cubrir grandes distancias, con la única ayuda de unos postes que arriostraban las cargas, y que por su colocación, permitían obtener espacios abiertos y de grandes dimensiones. Estas características son las que marcan la carrera de Otto y quedan patentes en sus dos obras más conocidas: El Pabellón de Alemania Occidental para la Exposición Mundial de 1967, celebrada en Montreal, y la cubierta del Estadio Olímpico del Parque Olímpico de Munich, realizada en 1972. En ambas obras se aprecia su interés por las superficies ligeras, la construcción con membranas y la carga llevada a gigantescos postes que como mástiles sujetan toda la malla que conforma una superficie continua y alabeada debido a las deformaciones que implican la situación de los postes y la colocación de los cables. Su arquitectura es como una gran red extendida sobre unos pocos puntos de apoyo y una construcción que entrelaza sus conocimientos como arquitecto con sus conocimientos como ingeniero.” (12)

### Algunos Proyectos<sup>(13)</sup>

- 1967 - Pabellón Alemán para la Exposición Mundial en Montreal(desmontado).
- 1971 - Bonhoeffer-Gemeindezentrum en Bremen con Carsten Schröck.
- 1972 - Estadio Olímpico de Munich
- 1974 - Centro de conferencias en La Meca junto a Rolf Gutbrod
- 1975 - 1980 - Pajarera de más de 5000 m<sup>2</sup> en el zoológico de Hellabrunn
- 1988 - Pabellón de producción para la fábrica de muebles Wilkhahn.
- 2000 - Pabellón de 24m en Leonberg
- 2004 - Propuesta para un refugio Caminable para la Schlossplatz en Stuttgart

(12) Fuente: [http://www.biografiasyvidas.com/biografia/o/otto\\_frei.htm](http://www.biografiasyvidas.com/biografia/o/otto_frei.htm). Revisado: 16/10/11.

(13) Fuente: [http://es.wikipedia.org/wiki/Frei\\_Otto?](http://es.wikipedia.org/wiki/Frei_Otto?)

### 1.2.4.2 SOBRE EL DECONSTRUCTIVISMO [Corriente Arquitectónica]

El deconstructivismo, también llamado deconstrucción, es una escuela arquitectónica que nació a finales de la década de 1980. Se caracteriza por la fragmentación, el proceso de diseño no lineal, el interés por la manipulación de las ideas de la superficie de las estructuras y, en apariencia, de la geometría no euclídea, (por ejemplo, formas no rectilíneas) que se emplean para distorsionar y dislocar algunos de los principios elementales de la arquitectura como la estructura y la envolvente del edificio. La apariencia visual final de los edificios de la escuela deconstructivista se caracteriza por una estimulante impredecibilidad y un caos controlado.<sup>(14)</sup>

### GUNTER BEHNISCH (Alemania 1922-2010)



IMAGEN 10

**GUNTER BEHNISCH**  
Fuente: <http://architectuul.com/architect/rem-koolhaas>

Arquitecto alemán, fue uno de los más prominentes arquitectos representantes del deconstructivismo. En 1967 formó Behnisch Gunter Behnisch y Partner. Inicialmente la empresa concentró sus esfuerzos en los edificios escolares prefabricados. Dado que este sistema permite una flexibilidad poco que se abandonó en favor de un estilo moderno más orgánico. A través de la arquitectura orgánica de la empresa fue capaz de utilizar "más variado, formas flexibles y más diseños ecológicamente equilibrado". Behnisch cree firmemente en los diseños y con la idea de que las técnicas de construcción y materiales innovadores servir de catalizador para nuevas posibilidades arquitectónicas.<sup>(15)</sup>

(14) Fuente: <http://es.wikipedia.org/wiki/Deconstructivismo>. Revisado: 18/10/11.

(15) Fuente: [http://www.greatbuildings.com/architects/Gunter\\_Behnisch?.html](http://www.greatbuildings.com/architects/Gunter_Behnisch?.html)

### Algunos Proyectos<sup>(16)</sup>

- 1972 - Olympiapark, en Múnich, Alemania
- 1992 - Complejo para las sesiones plenarias del Parlamento alemán en Bonn, Alemania
- 1997 - Banco Estado - Landesgirokasse en Stuttgart, Alemania
- 2002 - North German State Clearing Bank Hanóver , Alemania
- 2003 - Centro Genzyme en Cambridge, Massachusetts, EE.UU.
- 2005 - Centro de Investigación Biomolecular y Celular en Toronto, Canadá

### 1.2.5 CORRIENTES ARQUITECTÓNICAS

Habiéndonos centrado en los arquitectos involucrados en el Complejo Olímpico de Munich, es necesario conocer más de las corrientes arquitectónicas que movían Alemania en esas fechas y que son las que influenciaron en el proyecto.

Mencionando a los arquitectos, mencionaron la escuela, y/o corriente que los impulsaba, y son dos de las influyentes en el Complejo Olímpico de Munich, la arquitectura Orgánica y el Deconstructivismo; pero no son las únicas, pues hay otra que surge años atrás que es la que da paso a la primera, que es la arquitectura Racionalista.

#### 1.2.5.1 ARQUITECTURA RACIONALISTA<sup>(17)</sup>

También llamada racionalismo arquitectónico, es una corriente que surge en Europa a comienzos del siglo XX, muy relacionada con la estética del cubismo. La cual destaca por su exploración en lo formal y en lo constructivo, teniendo en cuenta el ahorro en ambos puntos, relacionado a la utilización del suelo, a los materiales y el ideal de que la forma artística proviene de un método o un problema previamente reconocido. Además de ello. Un factor importante y poco mencionado es la permanente inclusión de las nuevas tecnologías.

Algunos de los nombres relacionados con el racionalismo arquitectónico, además de Walter Gropius, son Mies Van der Rohe y Le Corbusier, y son los conocimientos de estos últimos los que se diseminan por todo el mundo en las primeras décadas del siglo XX.

#### 1.2.5.2 ARQUITECTURA ORGÁNICA<sup>(18)</sup>

Como ya se mencionó, la Arquitectura Orgánica se resume en su filosofía arquitectónica que promueve la creación de espacios humanos que armonicen con la naturaleza, pero esta tiene sus inicios en la arquitectura racionalista, a pesar que se difunde entre los años '30 y '40, pues el uso de premisas como la planta libre, la incorporación de los adelantos industriales a la arquitectura, etc., pero se diferencia de la misma por el uso de formas vinculadas con la naturaleza, lo que conlleva mayor investigación, y mayores costos constructivos, pero ello se debe a una búsqueda por un bienestar del hombre. Ya en 1960 tras esas indagaciones y prototipos científicos, Alemania volvió a ser una potencia Industrial.

(16) Fuente: [http://es.wikipedia.org/wiki/G%C3%BCnter\\_Behnisch](http://es.wikipedia.org/wiki/G%C3%BCnter_Behnisch)

(17) Fuente: [http://www.itaucultural.org.br/aplicexternas/enciclopedia\\_ic/index.cfm?fuseaction=marcos\\_texto\\_esp&cd\\_verbete=4872](http://www.itaucultural.org.br/aplicexternas/enciclopedia_ic/index.cfm?fuseaction=marcos_texto_esp&cd_verbete=4872)  
Revisado:17/10/11

(18) Fuente: <http://www.arquba.com/monografias-de-arquitectura/la-arquitectura-organica/Revisado:17/10/11>

Algunos de sus principales expositores son Gustav Sticklev, Antoni Gaudí, Frank Lloyd Wright, Alvar Aalto, Louis Sullivan, Bruce Goff, Rudolf Steiner, Bruno Zevi, Hundertwasser, Samuel Flores Flores, Imre Makovecz, entre otros.

### **1.2.5.3 ARQUITECTURA DECONSTRUCTIVISTA<sup>(19)</sup>**

Como corriente que influye en el Complejo Olímpico de Munich, no se le puede llamar, pues esta surge a inicios de los '80, pero si se puede mencionar que esta se basa en el ideal de fragmentación, en un proceso de diseño no lineal, lo cual se puede ver en el proyecto Alemán, sin embargo, esta corriente ya daba luces años atrás con las nuevas formas de Gunter Behnisch.

El peculiar nombre se debe a las referencias teóricas y formales realizadas, por una parte al constructivismo ruso de entreguerras (citando algunas de las obras de Alexander Rodchenko y Vladímir Tatlin por su carácter formal inestable) y por otra parte, a la filosofía de la deconstrucción ilustrada por los trabajos de Jacques Derrida.

Algunos de los principales expositores de esta corriente son Coop Himmelblau, Peter Eisenman, Frank Gehry, Zaha Hadid, Rem Koolhaas o incluso Bernard Tschumi.

Así pues, se puede resumir estas tres de tal manera que una dio paso a la otra, y que estuvo presente en esas fechas de manera incondicional era la arquitectura Orgánica, y que el desarrollo del proyecto, fue debido al proceso de desarrollo de post Guerra vivido por las investigaciones tecnológicas desarrolladas, lo que facilitó el resurgimiento alemán.

Refiriendo a contextos fuera del alemán, estas corrientes han trascendido más allá de la época de auge, pues aun en la actualidad, se sigue desarrollando arquitectura que refleja de manera clara un racionalismo de inicios del siglo XX, una búsqueda en la creación de espacios humanos que armonicen con la naturaleza y una investigación por nuevas formas, saliendo de las líneas rectas.

(19)Fuente: <http://es.scribd.com/doc/8738417/DeconstructivismoRevisado:17/10/11>

## Capítulo 2

### SOLUCIÓN MATEMÁTICO DE PROBLEMA

#### 2.1 \_ REQUISITOS MATEMÁTICOS PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA

La forma de la Cobertura del Estadio Olímpico de Múnich es una de Geometría compleja. Esta demanda un entendimiento Matemático de las formas que plantea .Esto se hace para comprender el tipo de superficies, cómo está compuesto y como estas se generan .Y así sea fácil de construir y a la vez esta comprensión de como se generan ayuden a crear implementos que faciliten la construcción de dichas superficies que implican esta cobertura.

Esta cobertura es de una Superficie compleja. Esto implica un estudio de dicho tema : como se generan , propiedades ,formulas, etc. En este caso se estudia superficies con curvaturas formas hiperbólicas y afines para así dar con la solución de como componer físicamente dichas superficies. A continuación se explica matemáticamente y gráficamente los conceptos que implican este tipo de superficie.

##### 2.1.1 CONCEPTOS MATEMÁTICOS

###### 2.1.1.1 SUPERFICIE

En las Ciencias Aplicadas y ciencias afines existen diferentes aproximaciones al concepto de SUPERFICIE; mostraremos una de estas aproximaciones:

###### Definición

Para Euclides: Una superficie es aquello que sólo tiene longitud y anchura.<sup>(20)</sup>

Para la geometría y la matemática: La superficie es una extensión en la que solo se consideran dos dimensiones (bidimensional) y está formada por un conjunto de puntos pertenecientes al espacio euclídeo. Se forma con el desplazamiento de una línea en el espacio, y si este movimiento responde a una ley la superficie se llama geométrica.<sup>(21)</sup>

(20) Euclides, Los Elementos , Libro I, definición 5ª.

(21) NN. "Superficie (matemática)". Último acceso:21/09/11. En: [http://es.wikipedia.org/wiki/Superficie\\_\(matem%C3%A1tica\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Superficie_(matem%C3%A1tica))

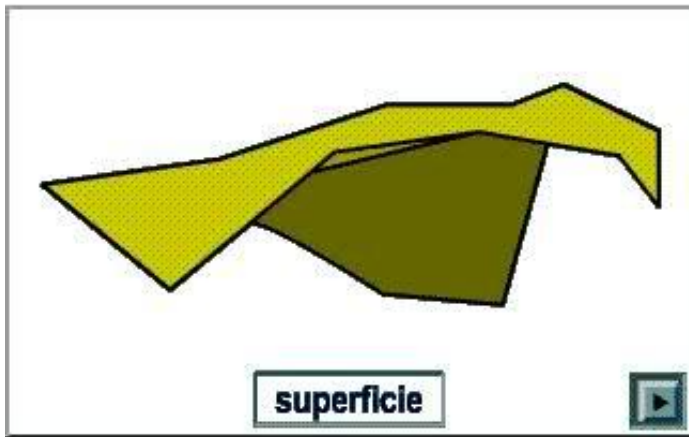


IMAGEN 11

**Representación gráfica de superficie**

Fuente: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-superficie.htm](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm)

La superficie es el lugar geométrico de las posiciones que ocupa una línea, deformándose o no, y moviéndose en el espacio según una ley. Si la generatriz se apoya en una curva o en una superficie se llama directriz (un ejemplo de eso es el eje de rotación, el cual se halla en el mismo plano de la curva o superficie) . Directriz: Recorrido que hacen las generatrices

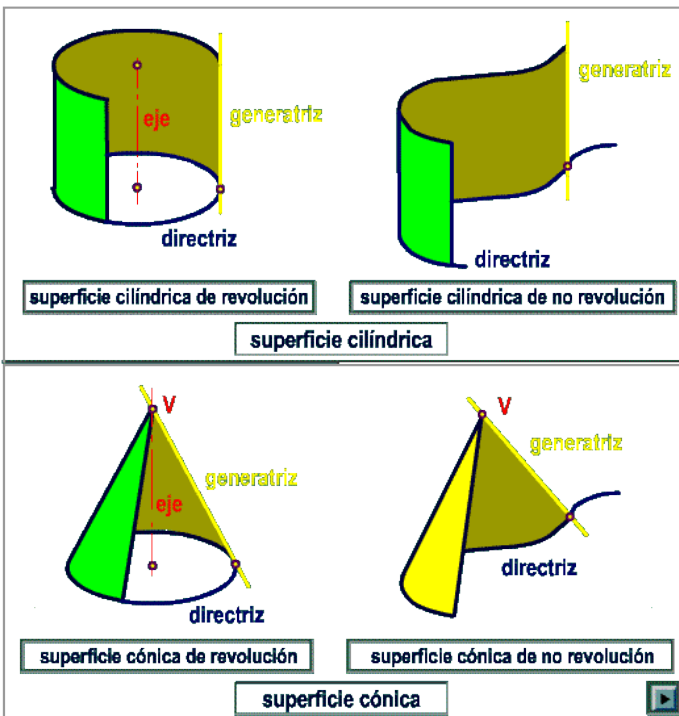


IMAGEN 12

**SUPERFICIES**

Fuente: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-superficie.htm](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm)

Superficie de Revolución (ejemplo de directriz). Ejemplo: Una superficie que se genera a partir de una curva que se mueve en el espacio (generatriz), siguiendo una trayectoria determinada (directriz) . Al arrastrar la generatriz en la dirección de la directriz, el movimiento de la generatriz forma la superficie por la traza que va dejando, resultando en una superficie curva<sup>(22)</sup>.

(22) NN. "Curvas y superficies Cilíndricas". Último acceso: 24/09/11. En: <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/4-curvas-superficies/index.html>



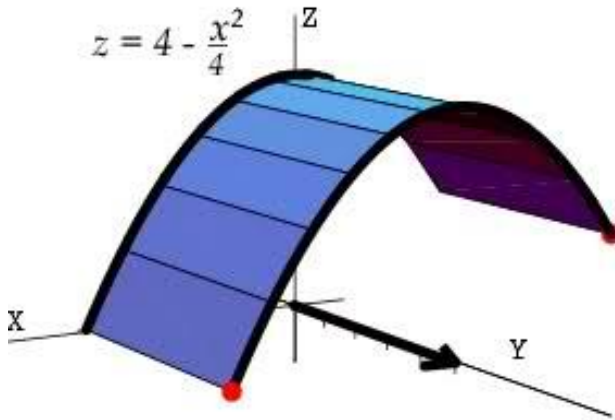


IMAGEN 13

**SUPERFICIES**

Fuente: <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/images/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/planos-rectas%20y%20superficies/>

Para la arquitectura: Otra forma de reconocer una superficie es notar que los cuerpos materiales tienen una capa exterior y una capa interior, a la capa exterior es lo que se denomina superficie que delimita la extensión del cuerpo y lo separa de su entorno. Es de esta manera como se percibe la superficie en la arquitectura, para la cual el conocer sus dimensiones y extensión es de gran importancia. (23)

Por ejemplo: El sol es una bola de gas incandescente, lo que nosotros vemos es su superficie. La superficie del agua de una piscina es el agua que está en contacto con el aire y con las paredes de la piscina, la superficie de los objetos sólidos que estamos viendo a nuestro alrededor es la parte del sólido en contacto con el aire (23).

**Representación**

La representación de superficies está dada por medio de elementos como las aristas y los vértices.

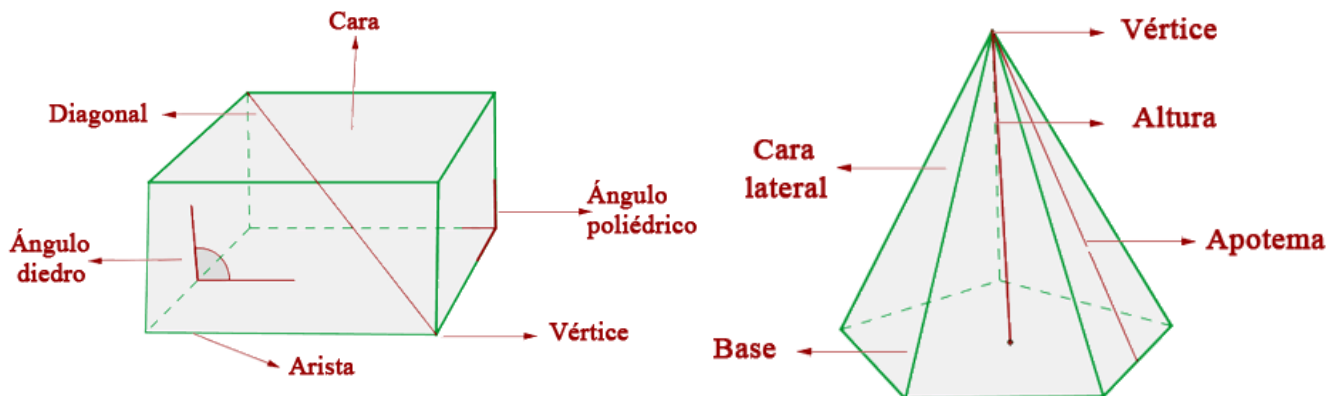


IMAGEN 14

**Ejemplo de Superficies(poliedros) indicando algunos de sus elementos**

Fuente: <http://demo.sangakoo.com/spa/tema/geometria-del-espacio/nivel/ll:166/cl:58/zi:2>

(23) NN. "TEMA 4: LA SUPERFICIE". Último acceso:21/09/11. En: <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0677-02/tema4.htm>



**Clasificación**

Como superficies principales cabe resaltar : El círculo (**esfera, cilindro y derivados del círculo y figuras afín**), las superficies regladas, Superficies de Curvatura Doble.

Una clasificación de superficies, atendiendo a la forma de su generatriz y a su generación es<sup>(24)</sup>:

|                                    |                                  |  |                                      |                    |
|------------------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------------|--------------------|
| Regladas<br>(Generadas por rectas) | Desarrollables                   | Plano                                  |                                      |                    |
|                                    |                                  | Radiadas<br>(T 7)                      | Vértice propio<br>-Cónicas-          | Pirámide<br>Cono   |
|                                    |                                  |  | Vértice impropio<br>-Cilíndricas-    | Prisma<br>Cilindro |
|                                    |                                  | Poliédricas                            | Regulares (T 6)                      |                    |
|                                    | Irregulares                      |  |                                      |                    |
|                                    | Alabeadas<br>(no desarrollables) | Revolución                             | Hiperboloide de revolución<br>...    |                    |
| Otras                              |                                  | Conoide<br>Paraboloide hiperbólico,... |                                      |                    |
| Curvas                             | No desarrollables                | Revolución                             | Esfera (T 6)<br>Toro<br>Escocia, ... |                    |
|                                    |                                  | Otras                                  | Elipsoide, ...                       |                    |
| Otras                              |                                  |  | Topográficas, ...                    |                    |

**TABLA 01**

**CASIFICACIÓN DE SUPERFICIES**

Fuente: (Archivo pdf) Clasificación de superficies. Último acceso:24/09/11. <http://ocw.unican.es/enseñanzas-tecnicas/expresion-grafica-y-dao/material-de-clase-2/T6CurSupEsfPol.pdf/view>

(24) (Archivo pdf) Clasificación de superficies. Último acceso:24/09/11. <http://ocw.unican.es/enseñanzas-tecnicas/expresion-grafica-y-dao/material-de-clase-2/T6CurSupEsfPol.pdf/view>

### 2.1.1.2 SUPERFICIE REGLADA

Según Euler, en el siglo XVII, las superficies regladas son superficies compuestas de líneas rectas que posteriormente fueron consideradas por la geometría descriptiva. Luego de entenderla por esta ciencia se pudo dibujarlas y representarlas, se empezaron a entrever sus posibilidades en el campo de la construcción, del que habían estado totalmente ausentes. <sup>(25)</sup>

#### Definición

Una superficie reglada, en geometría, es la que se genera por una generatriz (recta) al desplazarse sobre una o varias directrices (curvas) <sup>(26)</sup>; en otras palabras, como lo indica su nombre, son superficies que contienen rectas, o mejor dicho, que se pueden generar mediante el movimiento de una recta que sigue un recorrido determinado. <sup>(27)</sup>

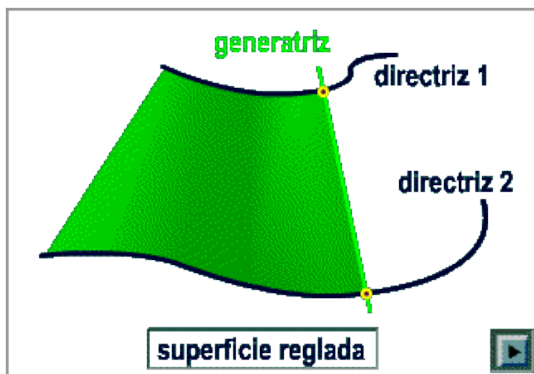


IMAGEN 15

#### REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA SUPERFICIE REGLADA

Fuente: Profesor Alberto M. Pérez G. "Superficie reglada". Último acceso 25/09/11. En: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/cap\\_01a-imagenes/superficie\\_reglada.html](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_reglada.html)

#### Ecuación de la Superficie Reglada <sup>(26)</sup>

Una Superficie es Reglada si por cada punto de la misma existe una recta contenida en S. Una superficie Reglada S puede ser siempre descrita (al menos localmente) por una ecuación paramétrica de la siguiente forma:

$$S(t, u) = p(t) + ur(t)$$

donde p(t) es una curva en S y r(t) es una curva en la esfera unidad. Así, por ejemplo:

$$p = (\cos(t), \sin(t), 0)$$

$$r = \left( \cos\left(\frac{t}{2}\right) \cos(t), \cos\left(\frac{t}{2}\right) \sin(t), \sin\left(\frac{t}{2}\right) \right)$$

Obtenemos una superficie que contiene la Cinta de Möbius

(25) Juan Bassegoda Nonel. "La Arquitectura Escultórica de Antonio Gaudí". Último acceso 24/09/11. En: [http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/2183/5162/1/ETSA\\_8-1.pdf](http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/2183/5162/1/ETSA_8-1.pdf)

(26) NN. "Superficie reglada". Último acceso 24/09/11. En: [http://es.wikipedia.org/wiki/Superficie\\_reglada](http://es.wikipedia.org/wiki/Superficie_reglada)

(27) Fundación de la Junta Constructora del Templo Expiatorio de la Sagrada Familia. "Temple expiatori SAGRADA FAMÍLIA". Último acceso 25/09/11. En: [http://www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs\\_instit/pdf/geom\\_02.pdf](http://www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs_instit/pdf/geom_02.pdf)

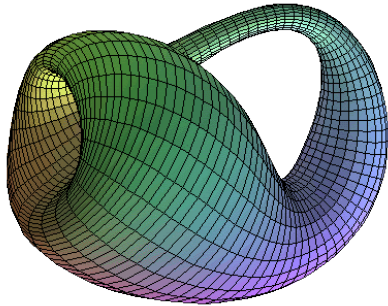


IMAGEN 16

**CINTA DE MÖBIUS**

Fuente: Profesor Alberto M. Pérez G. "Superficie reglada". Último acceso 28/09/11. En: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/cap\\_01a-imagenes/superficie\\_reglada.html](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_reglada.html)

Alternativamente, una superficie reglada  $S$  puede ser modelada paramétricamente como

$$S(t,u) = (1-u)p(t) + uq(t)$$

Donde  $p$  y  $q$  son dos curvas de  $S$  que no se interceptan. Por ejemplo cuando  $p(t)$  y  $q(t)$  se mueven con velocidad constante a lo largo de dos rectas alabeadas, la superficie es un paraboloides hiperbólico\*, o parte de un paraboloides de una sola hoja.  $r^2 + y^2 - z^2 = 1$

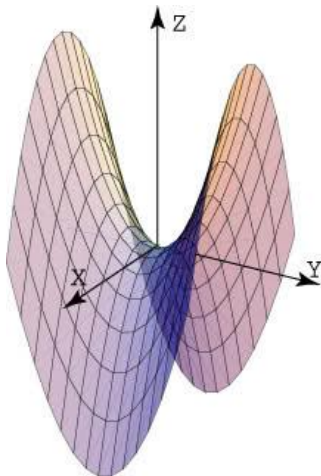


IMAGEN 17

**REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL PARABOLOIDE HIPERBÓLICA**

Fuente: Profesor Alberto M. Pérez G. "Superficie reglada". Último acceso 28/09/11. En: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/cap\\_01a-imagenes/superficie\\_reglada.html](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_reglada.html)

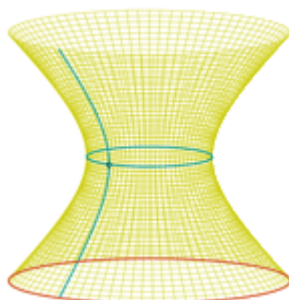


IMAGEN 18

**REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA**

Fuente: Profesor Alberto M. Pérez G. "Superficie reglada". Último acceso 28/09/11. En: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/cap\\_01a-imagenes/superficie\\_reglada.html](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_reglada.html)

### Propiedades y Clasificación

La clasificación de las superficies regladas, (SUPERFICIE) es en función de las características, propiedades y condiciones particulares de estos elementos. Por ejemplo, en un caso que las directrices sean curvas en ambas, otro caso en que una de estas será recta, o en otro caso que giren alrededor de un eje (revolución). Es así, que las superficies regladas pueden clasificarse en DESARROLLABLES y ALABEADAS (no desarrollables). (28)

Las Desarrollables pueden extenderse sobre un plano sin que se deforme ninguno de sus elementos. Estos a su vez se clasifican en RADIADAS y POLIÉDRICAS. esta última conformada por lo que están constituidas por caras planas (cubo, tetraedro, octaedro), pudiendo ser regulares o irregulares. Por otro lado, las radiadas dependen de su centro de rotación, así pues tenemos a las que tienen un centro de rotación propio (cono, pirámide), y lo que tienen un centro de rotación impropio (cilindro, prisma) (28)

Algunos poliedros regulares

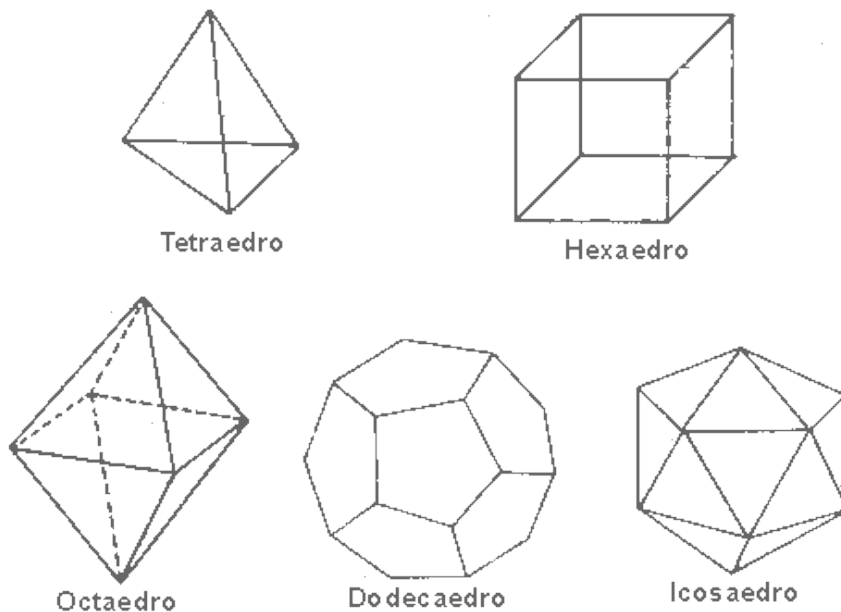


IMAGEN 19

#### POLIEDROS REGULARES

Fuente: "Polígonos regulares".  
Último acceso 25/09/11. En:  
[http://www.lapaginadejc.com.ar/Naturales/Matematica/Cuerpos\\_geometricos.htm](http://www.lapaginadejc.com.ar/Naturales/Matematica/Cuerpos_geometricos.htm)

Las Alabeadas no pueden adaptarse a un plano sin que se produzca deformaciones o roturas, como por ejemplo el hiperboloide de revolución, el paraboloides hiperbólico, el helicoides, etc. (28). Las superficies alabeadas son las que se generan por el movimiento de una línea recta, de esta forma dos posiciones adyacentes de una recta se cruzan. (29)

(28) La Albericia. "Superficies". Último acceso 25/09/11. En:  
<http://www.iesalbericia.com/departamentos/plastica/web/plastica/poliedros.pps>

(29) "Polígonos regulares". Último acceso 25/09/11. En:  
[http://www.lapaginadejc.com.ar/Naturales/Matematica/Cuerpos\\_geometricos.htm](http://www.lapaginadejc.com.ar/Naturales/Matematica/Cuerpos_geometricos.htm)

### Clasificación de las superficies alabeadas:

Las generatrices deben apoyarse siempre sobre tres directrices:

- 1- Se apoyan sobre tres directrices sin perder en ningún momento el contacto con ellas.  
*En este caso tenemos el hiperboloide elíptico y de revolución, construido sobre tres líneas rectas.*  
*Curvas alabeadas construidas con dos líneas rectas y una curva.*  
*Curvas alabeadas construidas con una línea recta y dos curvas, por ejemplo el cuerno de vaca.*  
*Curvas alabeadas construidas con tres líneas curvas.*

- 2- Se apoyan en dos líneas directrices y siempre están paralelas a un plano director.  
*Apoyado sobre dos líneas rectas tenemos el paraboloides hiperbólico.*  
*Apoyado en una línea recta y una curva tenemos el conoide y el helicoides recto.*  
*Apoyado en dos líneas curvas tenemos el cilindroide.*

- 3- Se apoyan en dos líneas directrices y forma la generatriz siempre un mismo ángulo con algún plano.  
*Apoyado en dos líneas rectas tenemos el hiperboloide conoide*  
*Apoyado en una línea recta y una curva tenemos el helicoides oblicuo.*  
*Apoyado en dos líneas curvas tenemos el helicoides oblicuo.*

Todas las superficies alabeadas son siempre regladas, esto quiere decir que se pueden generar con una línea recta. Si en un punto de una superficie reglada sólo se puede trazar una línea recta tangente y no más se dice que la superficie reglada es simple, también denominada regladas simple o de simple reglaje. Si se pueden trazar dos será de doble reglaje. Las superficies de doble reglaje son el hiperboloide elíptico y el paraboloides hiperbólico.

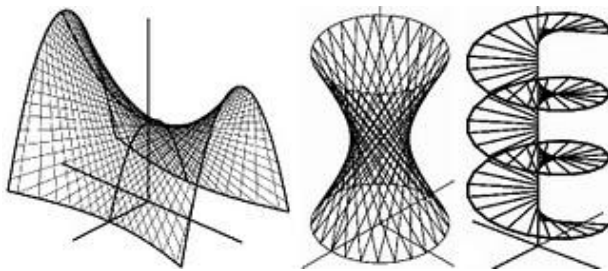


IMAGEN 20

DE IZQUIERDA A DERECHA PARABOLOIDE HIPERBÓLICO, HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN Y EL HELICOIDE

Fuente: "Polígonos regulares". Último acceso 25/09/11. En: "Paraboloides hiperbólico, el hiperboloide de revolución y el helicoides ". Último acceso 25/09/11. En: <http://envolventes-regladas.blogspot.com/>

### 2.1.1.3 SUPERFICIE DOBLEMENTE REGLADA

#### Definición

Las superficies doblemente regladas pertenecen al grupo de superficies regladas alabeadas, y como todas las superficies pertenecientes a esta categoría, presentan ciertas características que las diferencian de las desarrollables.

- Dos generatrices infinitamente próximas se cruzan El conjunto de puntos, de cruce o de mínima distancia forma la línea de estricción. <sup>(30)</sup>
- Todo plano tangente contiene a la generatriz, pero varía de posición para cada uno de sus puntos, existiendo, por tanto, un haz de planos tangentes para cada generatriz. <sup>(30)</sup>

Como consecuencia de lo anterior, la superficie reglada alabeada no podrá adaptarse sobre un plano sin que se produzca rotura y deformación. Teniendo en cuenta lo antes mencionado una superficie doblemente reglada sería aquella en la cual por cada uno de sus puntos pasan dos generatrices. Entre estas superficies se encuentran:

1. Paraboloide hiperbólico. La generatriz ( $g$ ) se desplaza manteniéndose paralela a un plano director ( $\delta$ ) y apoyada sobre dos directrices rectas ( $d_1$  y  $d_2$ ) que se cruzan. <sup>(31)</sup>
2. Hiperboloide de revolución. La generatriz ( $g$ ) se apoya sobre dos directrices ( $d_1$  y  $d_2$ ) circulares, paralelas, y se mueve manteniendo constante el ángulo ( $\alpha$ ) que forma ellas. <sup>(31)</sup>

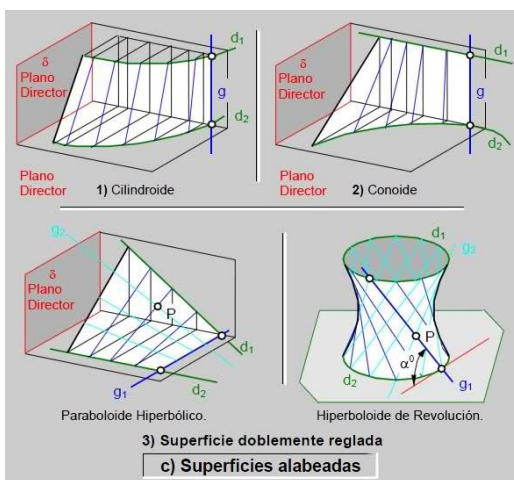


IMAGEN 21

#### REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Fuente: Ing. Alberto M. Pérez. "Geometría Descriptiva".

Revisado:25/09/11.

En:[http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F33652%2F1%2Fgeometria\\_descriptiva.pdf&rct=j&q=www.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F...%2Fgeometria\\_descriptiva.pdf&ei=efd\\_Toq\\_G6Ta0QGrusDmDw&usg=AFQjCNfStEzG\\_NbNGCk6URXGwF\\_DMwMlg&cad=rja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F33652%2F1%2Fgeometria_descriptiva.pdf&rct=j&q=www.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F...%2Fgeometria_descriptiva.pdf&ei=efd_Toq_G6Ta0QGrusDmDw&usg=AFQjCNfStEzG_NbNGCk6URXGwF_DMwMlg&cad=rja)

(30) NN. "Capítulo 6: Curvas y Superficies". Revisado:25/09/11. En: <http://www.cps.unizar.es/~altemir/descargas/Dibujo%20Industrial/Tema6.1.pdf>

(31) Ing. Alberto M. Pérez. "Geometría Descriptiva". Revisado:25/09/11.

En:[http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F33652%2F1%2Fgeometria\\_descriptiva.pdf&rct=j&q=www.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F...%2Fgeometria\\_descriptiva.pdf&ei=efd\\_Toq\\_G6Ta0QGrusDmDw&usg=AFQjCNfStEzG\\_NbNGCk6URXGwF\\_DMwMlg&cad=rja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F33652%2F1%2Fgeometria_descriptiva.pdf&rct=j&q=www.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F...%2Fgeometria_descriptiva.pdf&ei=efd_Toq_G6Ta0QGrusDmDw&usg=AFQjCNfStEzG_NbNGCk6URXGwF_DMwMlg&cad=rja)

### Ejemplos en la Arquitectura



IMAGEN 22

**PARABOLOIDE HIPERBÓLICO-  
RICHARD ROGERS: PALACIO DE  
JUSTICIA DE AMBERES, BÉLGICA**

Fuente <http://www.plataformaarquitectura.cl/2006/07/09/richard-rogers-palacio-de-justicia-de-amberes-belgica/>



IMAGEN 23

**HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN-  
OSCAR NIEMEYER: CATEDRAL DE  
BRASILIA, BRASILIA**

Fuente:  
<http://inarquitectura.blogspot.com/2011/07/catedral-de-brasilia-de-oscar-niemeyer.html>



### 2.1.1.4 SUPERFICIES MÍNIMAS

#### Definición

Las superficies mínimas son aquellas que tienen área mínima y una curvatura media igual a cero en cada punto, poseen una curva cerrada como contorno. Actualmente, su desarrollo juega un papel importante para las matemáticas, consiguiéndose en los últimos años grandes avances en el campo, algunos de ellos relacionados con los Catenoides y Helicoides

Resultan ser de gran utilidad para la innovación de estructuras de un diseño de forma simple y ligero, resaltando la característica de forma debido a que estas superficies están ligadas a lo orgánico en la arquitectura. (32)

Estas superficies se encuentran directamente relacionadas con las superficies regladas, se cambia el grado de inclinación de una recta, que se mueve encima de una curva y la resultante deriva en estructuras simples, además de que son muy ligeras, por ello se puede aplicar su uso en la arquitectura.

(32)

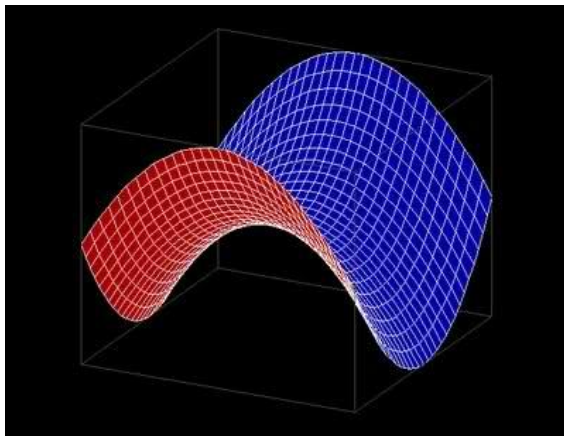


IMAGEN 24

**HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN-OSCAR NIEMEYER:  
CATEDRAL DE BRASILIA, BRASILIA**

Fuente: <http://inarquitectura.blogspot.com/2011/07/catedral-de-brasilia-de-oscar-niemeyer.html>

#### Ejemplo en la arquitectura

Un ejemplo claro de cómo es que funcionan las superficies mínimas son las pompas de jabón, gracias a ellas se puede conocer las propiedades básicas de este tipo de superficies. En este Link se puede apreciar ejercicios realizados con las pompas de jabón. (33)

La superficie más usada en arquitectura es el paraboloides hiperbólico, siendo los arquitectos Gaudí y Félix Candela los primeros en usar este sistema, estos mismos sirvieron de inspiración para otros arquitectos pertenecientes a la corriente de arquitectura orgánica difundida por Frank Lloyd Wright. (32)

(32)En:<http://hernandezmayathelma.wordpress.com/2008/12/11/superficies-minimas/>

(33)En:[http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CBgQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.uam.es%2Fdepartamentos%2Fciencias%2Fmatematicas%2FpremioUAM%2Fpremiados1%2Fsuperficies\\_minimas.pdf&rct=j&q=pompas%20de%20jabon%20superficie%20m%C3%ADnimas&ei=fyeATsuGNlncgQeA-Kwo&usg=AFQjCNHwzmYCizKxnpjHJauGyeLnvB99g&cad=rja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CBgQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.uam.es%2Fdepartamentos%2Fciencias%2Fmatematicas%2FpremioUAM%2Fpremiados1%2Fsuperficies_minimas.pdf&rct=j&q=pompas%20de%20jabon%20superficie%20m%C3%ADnimas&ei=fyeATsuGNlncgQeA-Kwo&usg=AFQjCNHwzmYCizKxnpjHJauGyeLnvB99g&cad=rja)



Otro arquitecto e ingeniero es Frei Otto que utiliza..., quien participo en el diseño del Complejo Olímpico de Múnich, siendo este uno de los responsables directos de la construcción de la cobertura de dicho complejo por sus aportes, en este caso él usó paraboloides hiperbólicos para el desarrollo de la cubierta, logrando que esta sea lo más ligera posible y que resista las fuerzas del viento.



IMAGEN 25

USO DE LOS PARABOLOIDES HIPERBÓLICOS EN EL PROYECTO DE LA IGLESIA DE LA SAGRADA FAMILIA DE GAUDÍ

Fuente: [http://www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs\\_instit/pdf/geom\\_04.pdf](http://www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs_instit/pdf/geom_04.pdf)

### Representación Gráfica

La forma en que estos arquitectos logran usar el paraboloides hiperbólico, es haciendo uso de parábolas e hipérbolas, definiendo cuatro puntos en el espacio y que se encuentren fuera de un mismo plano, de esta manera solo puede pasar un paraboloides hiperbólico sobre estos puntos. Aprovecharon su uso mediante el uso de ecuaciones matemáticas establecidas logrando construir las plenamente. Esto involucra una escasez de independencia en el diseño de la forma querida. La única diversificación admitida radica en jugar con diferentes valores de los parámetros.<sup>(33)</sup>

### Funcionamiento <sup>(34)</sup>

Estas superficies conocidas en la geometría desde el siglo XVII, tienen la propiedad de ser las que tienen área mínima (grandes áreas que cubren grandes luces con un peso ligero y resistente). Aunque estas superficies permiten más grados de libertad que los paraboloides hiperbólicos, continúan teniendo restricciones. Estas se basan en el hecho de que dada la frontera, la superficie mínima está completamente determinada, por lo que un diseñador solo puede actuar sobre la frontera y esperar que la superficie adquiera la forma deseada.

<sup>(33)</sup> NN. Superficies Mínimas. Revisado: 26/09/11. En: <http://makeico3.blogspot.com/2007/11/superficies-mnimas.html>

<sup>(34)</sup> María Alejandra Lozada. Superficies Mínimas. Revisado: 26/09/11. En: <http://alblatant.wordpress.com/componentes/sistemas-complejos/superficies-minimas/>

*Ejemplos Gráficos de Superficies Mínimas*



IMAGEN 26

**GRÁFICOS DE SUPERFICIES MÍNIMAS**

Fuente: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperetz/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-superficie.htm](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperetz/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm)

### **Relación con Sistemas Complejos** <sup>(33)</sup>

Se relaciona con los sistemas complejos, ya que estos son instrumentos de conocimiento y transformación que han revolucionado el mundo. Tales sistemas pueden ser estructuralmente simples, aunque esta simplicidad no impide que exhiban conocimientos dinámicos, como en las superficies mínimas, las cuales se caracterizan por la composición adecuada de ciertos lineamientos que las componen que serían los sistemas complejos. La adecuada proyección de estos sistemas sobre lo que se quiere llegar a lograr, como lo son el estudio y delineamiento de las fronteras de la superficie darían paso a su formación. Este comportamiento podría emerger conductas que no están definidas en los elementos individuales, como la forma final que adopta la superficie.

### **Propiedades** <sup>(34)</sup>

Estas superficies permiten desarrollar estructuras y formas de mayor libertad, asemejando a lo natural. En la arquitectura su uso es de importancia para una gran parte de arquitectos ya que al ser de área mínima, se logra reducir el costo de materiales. Otro punto a favor es que permiten cubrir grandes luces, aproximadamente 30 m. sin ningún tipo de apoyo intermedio, lo cual juega a favor de los arquitectos ya que les permite tener mayor área libre. También se debe considerar que al ser mínimas, son de peso ligero, motivo por el cual se debe considerar los esfuerzos causados por las fuerzas de viento.

(33) NN. Superficies Mínimas. Revisado: 26/09/11. En: <http://makeico3.blogspot.com/2007/11/superficies-mnimas.html>

(34) María Alejandra Lozada. Superficies Mínimas. Revisado: 26/09/11. En: <http://alblatant.wordpress.com/componentes/sistemas-complejos/superficies-minimas/>

### 2.1.1.5 CONO

#### Definición

En geometría, un cono recto es un sólido de revolución generado por el giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos, siendo uno de sus vertices considerado como generatriz, el cual gira alrededor de cual circunferencia. Ahora bien, centrándonos en el tema de superficies y tomando en cuenta lo expresado anteriormente, un cono, o también llamada superficie cónica, se denomina a toda superficie reglada desarrollable radiada (también llamadas superficies de curvatura simple) conformada una directriz curva, que es la que la diferencia de una pirámide u otro poliedro, de un vértice, o centro de rotación propio, y una generatriz que los une, dando como resultado una superficie.<sup>(35)</sup>

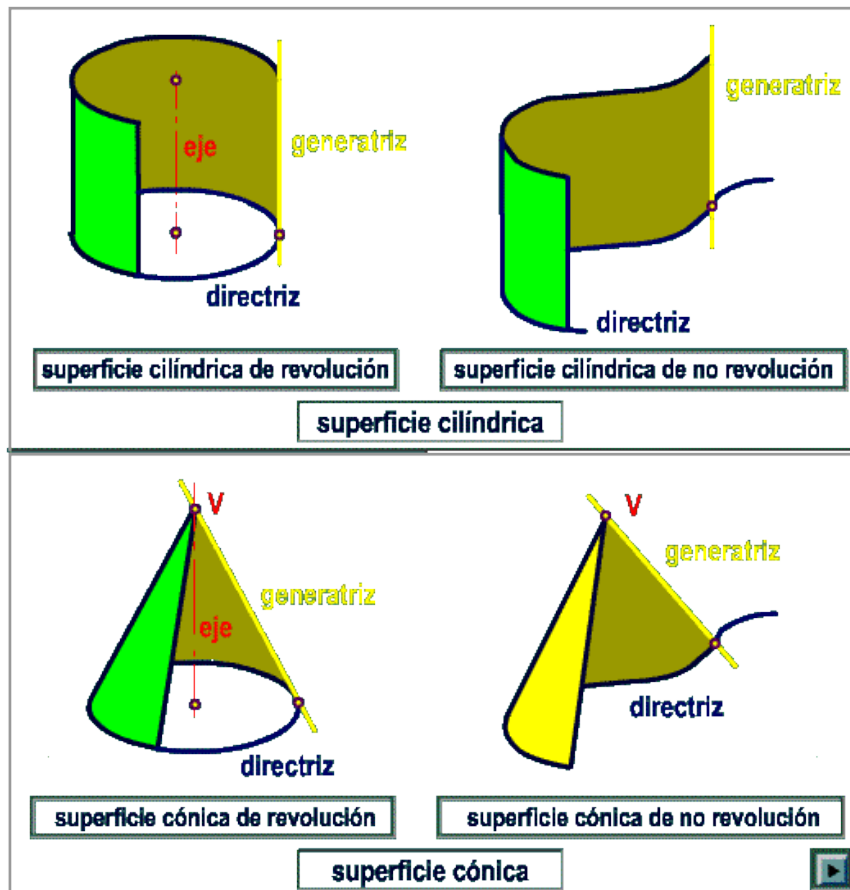


IMAGEN 27

#### SUPERFICIES DE CURVATURA SIMPLE o SUPERFICIES REGLADAS DESARROLLABLES RADIADAS

Fuente: Profesor Alberto M. Perez G . "Superficie". Último acceso 25/09/11. En:  
[http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-superficie.htm](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm)

(35) Profesor Alberto M. Perez G . "Superficie". Último acceso 25/09/11. En:  
[http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-superficie.htm](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm)

### Representación Diedrica de Superficies Cónicas

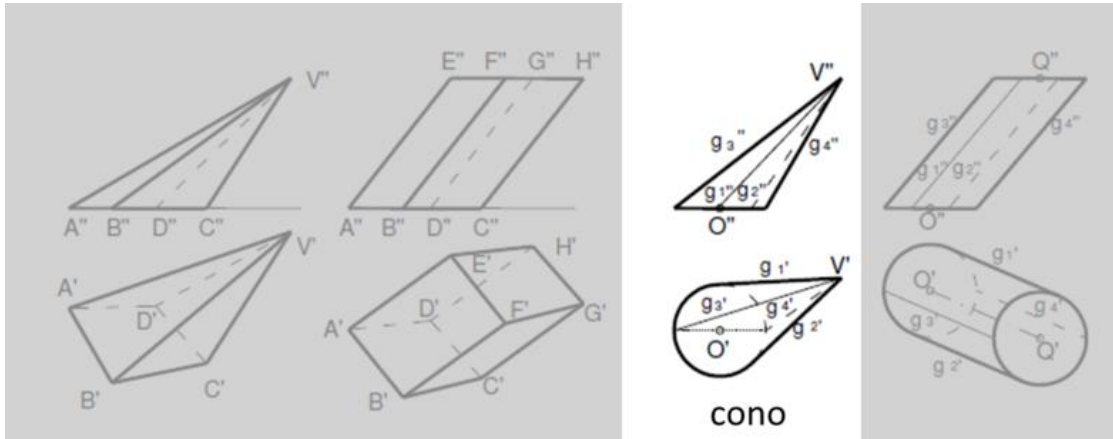


IMAGEN 28

#### REPRESENTACIÓN DIÉDRICA DE UNA SUPERFICIE CÓNICA

Fuente: NN. "TEMA 7: SUPERFICIES REGLADAS DESARROLLABLES. PIRAMIDE-CONO, PRISMA.CILINDRO". Último acceso 25/09/11. En: <http://ocw.unican.es/enseñanzas-tecnicas/expresion-grafica-y-dao/material-de-clase-2/T7SupReglDesarr.pdf>

#### Ecuación de un Cono en Coordenadas Cartesianas <sup>(36)</sup>

En Geometría analítica y Geometría diferencial, el **cono** es el conjunto de puntos del espacio que verifican, respecto un sistema de coordenadas cartesianas, una ecuación del tipo:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Este conjunto también coincide con la imagen de la función:

$$X(\theta, t) = (a \cdot t \cdot \cos(\theta), b \cdot t \cdot \sin(\theta), c \cdot t),$$

que es llamada *parametrización* del cono.

Por ejemplo, en el caso que  $a = b$  (no nulos), éste conjunto es obtenido a partir de rotar la recta  $(t, 0, \frac{ct}{a})$  respecto al eje  $z$ , y por eso es llamada parametrización de revolución.

El cono no es una superficie regular, pues posee una singularidad: su vértice; quitándolo se convierte en una superficie regular disconexa y abierta EXPLICAR ESTOS CONCEPTOS DE FORMA INTUITIVA. Entre sus características, podemos destacar que es una *superficie reglada* (es decir que se puede generar por el movimiento de una recta), y es desarrollable, es decir, que se puede *desplegar* sobre un plano; técnicamente esto se expresa diciendo que su curvatura gaussiana es nula (EXPLICAR EN FORMA INTUITIVA (como en el plano o el cilindro)).

(36) NN. "CONO(GEOMETRÍA)". Último acceso 25/09/11. En: [http://es.wikipedia.org/wiki/Cono\\_\(geometr%C3%ADa\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Cono_(geometr%C3%ADa))

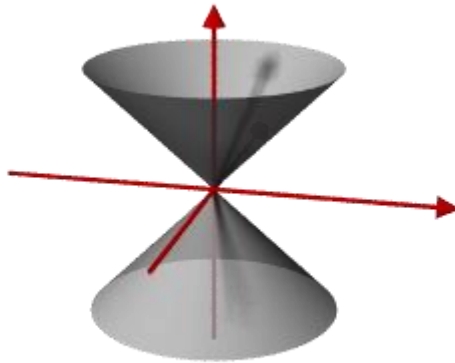


IMAGEN 29

**SUPERFICIES CÓNICA**

Fuente: Profesor Alberto M. Perez G . "Superficie".  
Último acceso 25/09/11. En:  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Cono\\_\(geometr%C3%ADa\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Cono_(geometr%C3%ADa))

**Clasificación**

- Cono Recto**, si el vértice equidista de la base circular
- Cono Oblicuo**, si el vértice no equidista de su base
- Cono elíptico**, si la base es una elipse (puede ser recto u oblicuo). (3)

**Propiedades del Cono (Secciones Cónicas)**

Al cortar con un plano a una superficie cónica, se obtiene distintas figuras geométricas: las secciones cónicas. Dependiendo del ángulo de inclinación y la posición relativa, pueden ser: circunferencias, elipses, parábolas e hipérbolas.

Si el plano pasa por el vértice la intersección podrá ser: una recta, un par de rectas cruzadas o un punto (el vértice).

Las curvas cónicas son importantes en astronomía: dos cuerpos masivos que interactúan según la ley universal de la gravitación, describen órbitas similares a secciones cónicas: elipses, hipérbolas o parábolas en función de sus distancias, velocidades y masas.

También son muy útiles en aerodinámica y otras aplicaciones industriales, ya que permiten ser reproducidas por medios simples con gran exactitud, logrando volúmenes, superficies y curvas de gran precisión. (36)

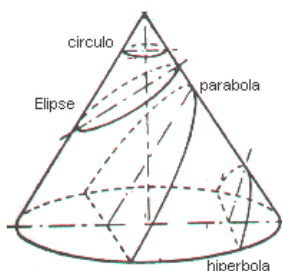


IMAGEN 30

**SECCIONES CÓNICAS**

Fuente: NN "Las Secciones Cónicas". Último acceso 25/09/11. En:  
<http://alquimiayciencias.blogspot.com/2011/06/el-descubrimiento-de-las-secciones.html>

(36) NN. "CONO(GEOMETRÍA)". Último acceso 25/09/11. En: [http://es.wikipedia.org/wiki/Cono\\_\(geometr%C3%ADa\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Cono_(geometr%C3%ADa))

### Centro de Gravedad del Cono

El centro de Gravedad de un cono es el mismo que para un triángulo: su Baricentro. Esto es importante al realizar construcciones con dicha figura, la cual puede ser movida y equilibrada según su Centro de Gravedad.

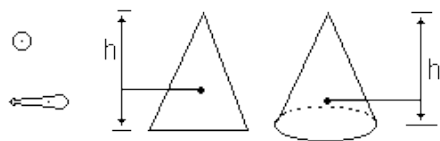


IMAGEN 31

#### CENTRO DE GRAVEDAD

Fuente: NN "Las Secciones Cónicas". Último acceso 25/09/11. En: [http://www.vereau.org/SangreLatina/pri\\_artequilib.htm](http://www.vereau.org/SangreLatina/pri_artequilib.htm)

### Ejemplos en la Arquitectura

*La Capilla de Saint Pierre* es la última obra de Le Corbusier, que ve la luz cuarenta y cinco años después de haber sido diseñada, llamado también el cono divino de Le Corbusier. (37)

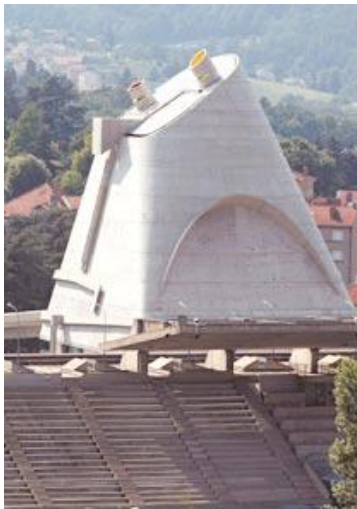


IMAGEN 32

#### CAPILLA DE SAINT PIERRE

Fuente: Clarín.com "El Cono Divino de Le Corbusier". Último acceso 25/09/11. En: <http://edant.clarin.com/suplementos/arquitectura/2006/09/12/a-01269611.htm>

IMAGEN 33

#### CONO EN LA CIUDAD DE LAS ARTES Y LAS CIENCIAS, VALENCIA

Fuente: Cono en la Ciudad de las Artes y las Ciencias, Valencia.

En: [http://www.photaki.es/foto-cono-en-la-ciudad-de-las-artes-y-las-ciencias-valencia\\_103915.htm](http://www.photaki.es/foto-cono-en-la-ciudad-de-las-artes-y-las-ciencias-valencia_103915.htm)



(37) Clarín.com "El Cono Divino de Le Corbusier". Último acceso 25/09/11. En: <http://edant.clarin.com/suplementos/arquitectura/2006/09/12/a-01269611.htm>

### 2.1.1.6 CILINDRO

#### Definición

Superficie  $q$  se origina del giro de las generatrices en una figura circular o afín. Un cilindro, en geometría, es la superficie formada por los puntos situados a una distancia fija de una línea recta dada, el eje del cilindro. Así pues, el sólido contenido en dicha superficie y por dos planos perpendiculares al eje, también es llamado cilindro.

Por otro lado, la definición en geometría diferencial nos dice que un cilindro se define de forma general como cualquier superficie reglada <sup>(40)</sup> generada por una recta que se mueve a lo largo de una curva plana dada, de modo tal que siempre queda paralela a una recta fija que no está en el plano de dicha curva. La recta que se desplaza se llama generatriz del cilindro y la curva plana dada se llama directriz del cilindro. Cualquier posición de una generatriz se llama reglada del cilindro.<sup>(38)</sup>

Pertenecen a las Superficies de Curvatura Simple y se clasifican en:

i) Superficie cilíndrica de revolución

Superficie cilíndrica en la cual todas las posiciones de la generatriz ( $g$ ) equidistan de un eje ( $e$ ), paralelo a ella.<sup>(39)</sup>

ii) Superficie cilíndrica de no revolución

Superficie cilíndrica en la cual no es posible definir un eje ( $e$ ) que equidiste de todas las posiciones de la generatriz ( $g$ ).<sup>(39)</sup>

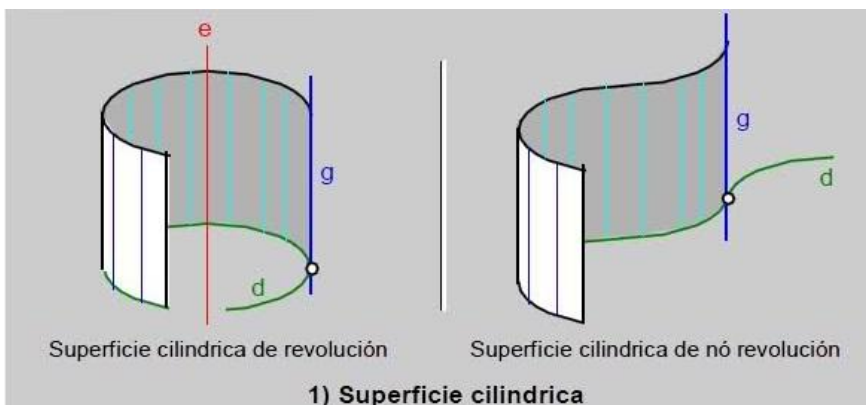


IMAGEN 34

REPRESENTACIÓN  
GRÁFICA

Fuente: NN. Cilindros.  
Revisado:26/09/11. En:  
<http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

(38) NN. Cilindros y Superficies de Revolución. Revisado:26/09/11. En:  
[http://members.fortunecity.es/tutoriales/mate2/unidad1/mate2\\_17.htm](http://members.fortunecity.es/tutoriales/mate2/unidad1/mate2_17.htm)

(39) Ing. Alberto M. Perez. "Geometría Descriptiva". Revisado:25/09/11.  
En:[http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F33652%2F1%2Fgeometria\\_descriptiva.pdf&rct=j&q=www.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F...%2Fgeometria\\_descriptiva.pdf&ei=efd\\_Toq\\_G6Ta0QGrusDmDw&usg=AFQjCNFfsTEzG\\_NbNGck6URXGwF\\_DMwMlg&cad=rja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F33652%2F1%2Fgeometria_descriptiva.pdf&rct=j&q=www.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F...%2Fgeometria_descriptiva.pdf&ei=efd_Toq_G6Ta0QGrusDmDw&usg=AFQjCNFfsTEzG_NbNGck6URXGwF_DMwMlg&cad=rja)

(40) NN. Cilindros. Revisado:26/09/11. En: <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>



### Desarrollo de la superficie cilíndrica

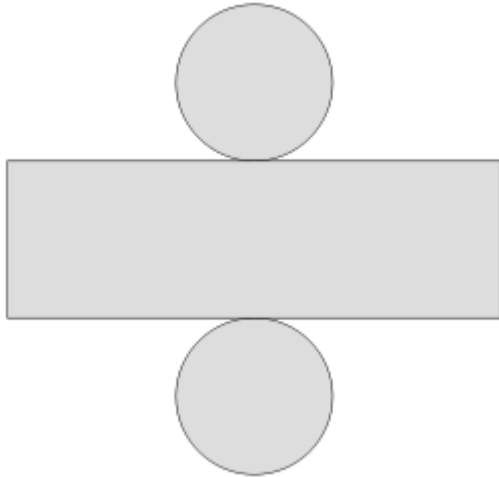


IMAGEN 35

#### DESARROLLO DE CILINDRO

Fuente: NN. Cilindros. Revisado:26/09/11. En:  
<http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

La superficie de un cilindro circular recto está conformada por el área de la base, circular en este caso:

$A = \pi r^2$  pero como este cilindro tiene 2 bases se multiplica por 2, siendo el área total de las bases:

$$A_b = 2\pi r^2$$

Además, el área lateral está formada por un rectángulo de altura  $h$  y de largo del perímetro del círculo  $L = 2\pi r$ , por lo que el área lateral es:

$$A_l = 2\pi r h$$

Por lo tanto, el área total es:

$$\begin{aligned} A &= A_b + A_l \\ A &= 2\pi r^2 + 2\pi r h \\ A &= 2\pi(r^2 + rh)_{(6)} \end{aligned}$$

### Volumen del cilindro

El volumen de un cilindro es el producto del área de la base por la altura del cilindro.

El volumen de un cilindro de base circular, es:

$$A = \pi r^2 \cdot h$$

(donde  $\pi$  es una constante, "r" el radio de la circunferencia de la base y " h " la altura)

siendo la altura del cilindro la distancia entre las bases. z

### SECCIONES CÓNICAS<sup>(41)</sup>

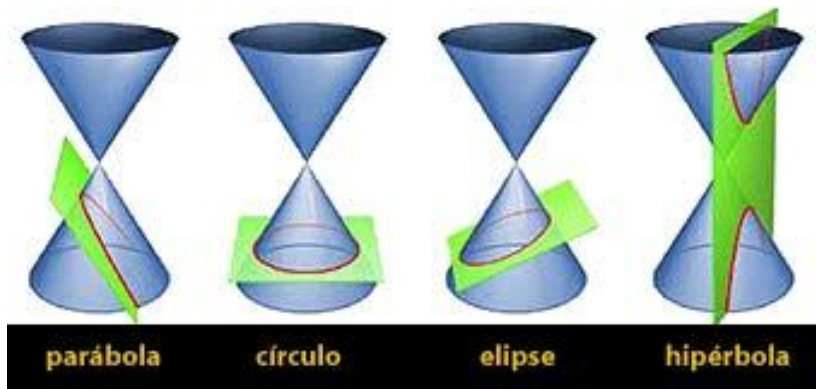


IMAGEN 35

#### SECCIONES CÓNICAS

Fuente: <http://secciones-conicas.wikispaces.com/space/showlogo/1270636007/logo.jpg>

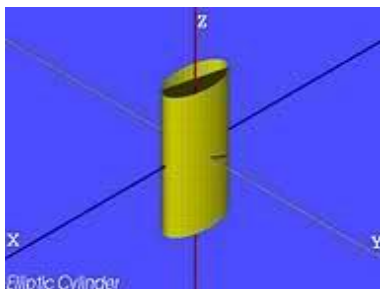
**Tipos de superficies cilíndricas:** Se dividen por sus tipos de secciones: elipses, parábolas, hipérbolas, que sirviendo de directrices, originan tres tipos de superficies cilíndricas:

#### *Cilindro Elíptico*<sup>(41)</sup>

Tomando como directriz a un elipse, se puede generar una superficie cilíndrica elíptica (que incluye a los cilindros circulares, cuando los semiejes de la elipse son iguales)

En un sistema ortogonal de coordenadas, tomando como ejes "z" una recta cuya dirección es paralela a la generatriz, si se escoge como origen el centro de simetría, la ecuación de la superficie cilíndrica es similar a la de la superficie cónica correspondiente.

La ecuación de un cilindro elíptico es de la forma:



$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1, \text{ donde } a \text{ y } b \text{ son semiejes.}$$

IMAGEN 36

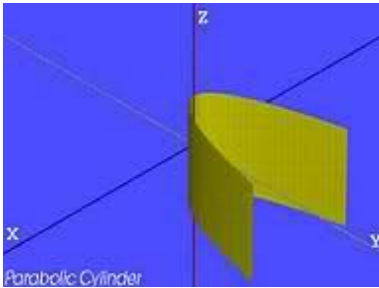
#### CILINDRO ELÍPTICO

Fuente: <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

(41)Artículo de Wikipedia - Cilindro. Revisado: 18/10/11. En: <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

**Cilindro parabólico**<sup>(41)</sup>

En similares condiciones, la ecuación de una superficie parabólica será de forma:



$$x^2 + 2ay = 0$$

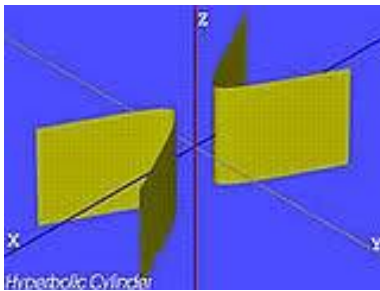
IMAGEN 37

**CILINDRO PARABÓLICO**

Fuente: <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

**Cilindro hiperbólico**<sup>(41)</sup>

En similares condiciones, la ecuación de una superficie hiperbólica es de la forma:



$$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$$

IMAGEN 38

**CILINDRO HIPERBÓLICO**

Fuente: <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

**Ejemplos en la Arquitectura**



IMAGEN 39

**SEDE PRINCIPAL DE BMW GROUP EN MUNICH**

Fuente: <http://www.topspeed.es/auto/noticias-de-autos/reapertura-del-cuatro-cilindros-de-bmw-en-munich-ar13836.html>  
Revisado:26/09/11

IMAGEN 40

**CASA CILINDRO DE CONCRETO**

Fuente: <http://www.arquitecturacuriosa.com/casa-cilindro/>  
Revisado:26/09/11



(41)Artículo de Wikipedia - Cilindro. Revisado: 18/10/11. En: <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

### 2.1.1.7 CONOIDE

#### Definición

Es una superficie reglada alabeada que contiene un plano director y dos directrices propias, una rectilínea y otra curva. Si la directriz curva es un círculo se tiene el conoide circular, si es una elipse tenemos el conoide elíptico, etc.

Si la recta directriz es paralela al plano de la directriz curva y perpendicular al plano director la superficie engendrada se denomina conoide recto, en caso de que no lo sea, se denomina oblicuo. Por otro lado, el conoide será circular, elíptico o parabólico dependiendo del tipo de curva. Pero, ¿cómo se forma?; pues se logra haciendo que la generatriz (g) se desplace manteniéndose paralela a un plano director (d) y apoyada sobre dos directrices, siendo una de ellas recta ( $d_1$ ) y la otra curva ( $d_2$ )

·(42)

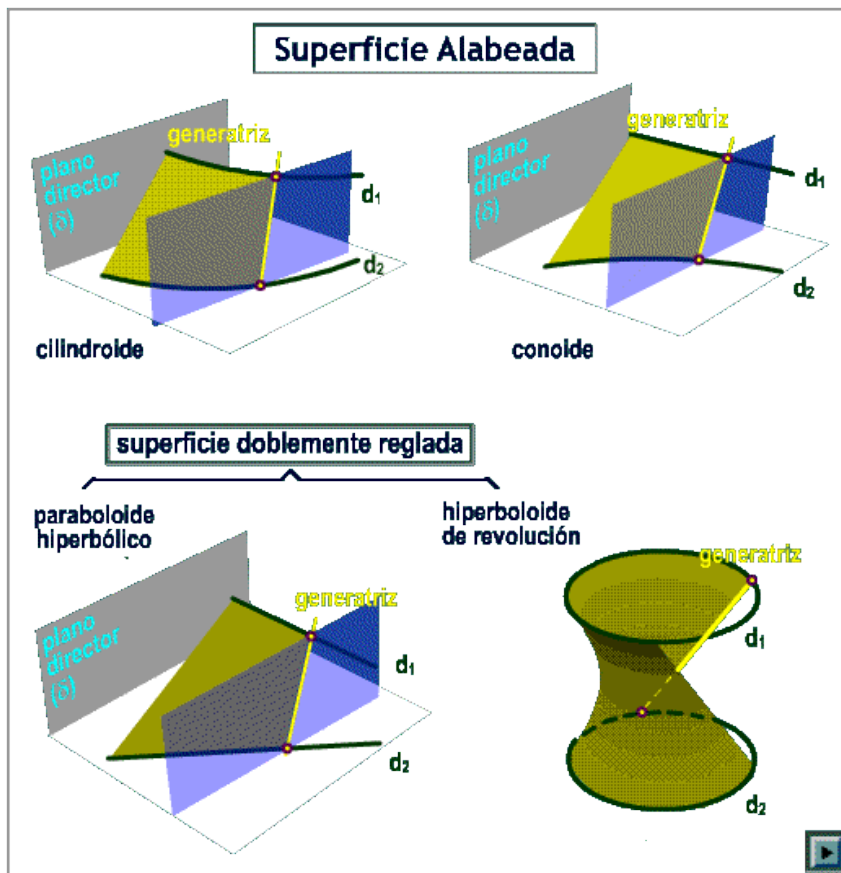


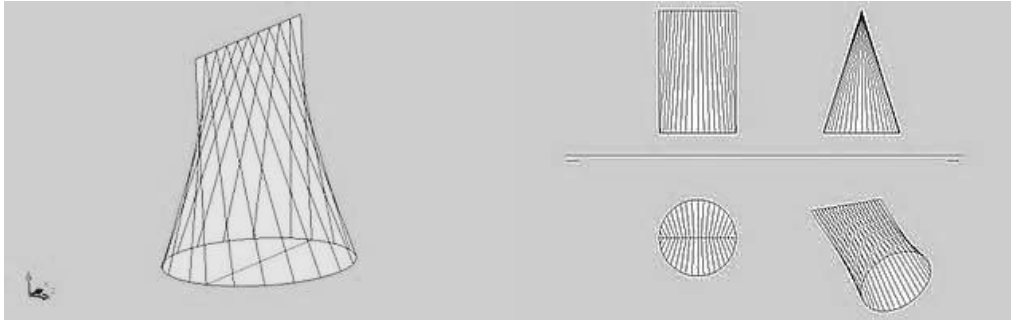
IMAGEN 41

#### SUPERFICIES ALABEADAS - CONOIDE

Fuente:  
[http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alopez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/cap\\_01a-imagenes/superficie\\_alabeada.gif](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alopez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_alabeada.gif)

[42] Conoide. (Enlace no encontrado-error de encargado de esta parte y/o pagina eliminada) Último acceso: 24/09/11. En: <http://sistemadiedrico.blogspot.com/2010/11/curvas-y-superficies.html>

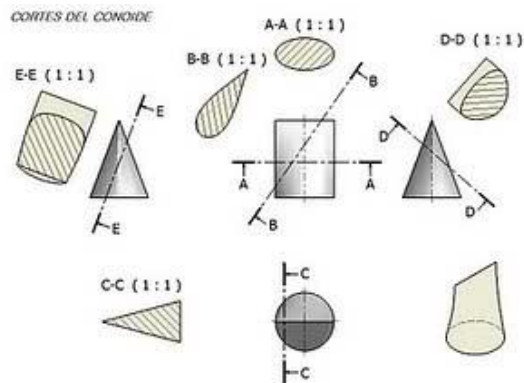
**Representación Gráfica**



**IMAGEN 42**

**VISTA DE CONOIDE EN PLANTA , ELEVACION Y VISTA 3D**

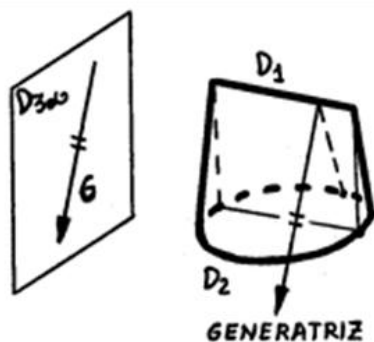
Fuente: Conoide en perspectiva. (Enlace no encontrado-error de encargado de esta parte y/o pagina eliminada) Último acceso: 24/09/11.  
En: <http://sistemadiedrico.blogspot.com/2010/11/curvas-y-superficies.html>



**IMAGEN 43**

**SECCIONES - CONOIDE**

Fuente: Cortes del Conoide. (Enlace no encontrado-error de encargado de esta parte y/o pagina eliminada) Último acceso: 24/09/11.  
En: <http://sistemadiedrico.blogspot.com/2010/11/curvas-y-superficies.html>



**IMAGEN 44**

**CONOIDE**

Fuente: Conoide. Último acceso: 24/09/11. En: <http://www.cps.unizar.es/~altemir/descargas/Dibujo%20Industrial/Tema6.2.pdf>

Figura de Conoide que muestra sus dos directrices  $D_1$  directriz superior y  $D_2$  directriz inferior donde se observa el recorrido (directriz) que tiene que hacer la generatriz para formar la figura<sup>(43)</sup>

[43]Conoide. Último acceso: 24/09/11. En: <http://www.cps.unizar.es/~altemir/descargas/Dibujo%20Industrial/Tema6.2.pdf>

## Ejemplos

### TEMPLO EXPIATORIO DE LA SAGRADA FAMILIA. ANTONIO GAUDÍ

El templo expiatorio de la sagrada familia, diseñado por Gaudí, señala y asemeja unas superficies regladas cuyas formas son generadas por una recta (generatriz) que se desplaza sobre una o varias líneas (directrices). En esta obra, Gaudí asimila la forma helicoidal al movimiento y la forma hiperboloidal a la luz.

Gaudí opinaba que el gótico era imperfecto, porque sus formas rectas, su sistema de pilares y arbotantes no reflejaba las leyes de la naturaleza, que según él es propensa a las formas geométricas regladas, como son el paraboloide hiperbólico, el hiperboloide, el helicoides y el conoide.<sup>(44)</sup>



IMAGEN 45

#### TEMPLO EXPIATORIO DE LA SAGRADA FAMILIA

Fuente: Templo Expiatorio de la Sagrada Familia. Último acceso: 24/09/11. En: <http://paisajesperfectos.blogspot.com/2008/06/templo-expiatorio-de-la-sagrada-familia.html>



IMAGEN 46

#### DETALLE TEMPLO EXPIATORIO DE LA SAGRADA FAMILIA

Fuente: Templo Expiatorio de la Sagrada Familia. Último acceso: 24/09/11. En: <http://www.flickr.com/photos/rsanchezcreso/3112167607/>

[44] "Templo Expiatorio de la Sagrada Familia". Última acceso: 24/09/11. En: <http://monumentosymaravillasfotoshist.blogspot.com/>



### ESTRUCTURA CONOIDE PARA EXPOSICIÓN DE AUTOMÓVILES EN CARTAGENA (MURCIA)

Esta estructura, diseñada en base a la forma de un conoide, es una instalación de cubierta textil que está tensada en lona de PVC. <sup>(45)</sup>

La planta de la estructura es dodecagonal con un mástil central y 12 mástiles periféricos.

La superficie de la estructura cubierta es de 400 m<sup>2</sup>. <sup>(46)</sup>



IMAGEN 47

#### VISTA DE NOCHE, ESTRUCTURA CONOIDE

Fuente: Último acceso: 24/09/11. En: <http://www.tectum.es/trabajos-realizados/tensado-conoide-de-carpauto-en-cartagena>



IMAGEN 48

#### VISTA AÉREA, ESTRUCTURA CONOIDE

Fuente: Último acceso: 24/09/11. En: .  
Último acceso: 24/09/11. En: <http://www.tectum.es/trabajos-realizados/tensado-conoide-de-carpauto-en-cartagena>

[45] Vista de noche, estructura conoide. Último acceso: 24/09/11. En: <http://www.tectum.es/trabajos-realizados/tensado-conoide-de-carpauto-en-cartagena>

[46] Vista aérea, estructura conoide. Último acceso: 24/09/11. En: <http://www.tectum.es/trabajos-realizados/tensado-conoide-de-carpauto-en-cartagena>

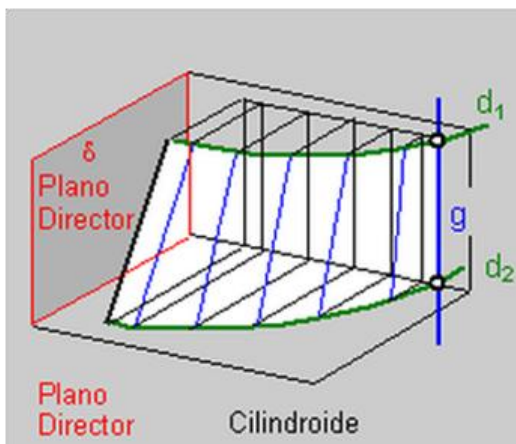
### 2.1.1.8 CILINDROIDE

#### Definición

Es una superficie reglada no desarrollable o alabeada, es decir, en la cual dos posiciones sucesivas de la generatriz no son coplanares. La generatriz( $g$ ) se desplaza manteniéndose paralela a un plano director ( $d$ ) y apoyada sobre dos directrices ( $d_1$  y  $d_2$ ) curvas.

El Cilindroide se puede emplear en los intradós de las bóvedas, uniendo aberturas de forma diferente. Es útil cuando los vanos que tienen que unirse no están en planos paralelos. (47)

#### Representaciones



superficie.htm

IMAGEN 49

#### CILINDROIDE

Fuente: Último acceso: 24/09/11. En: [http://www.geometriadescriptiva.com/teoria/aperez/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-](http://www.geometriadescriptiva.com/teoria/aperez/cap_01a-conceptos_geometricos/05-)

#### Cilindro Oblicuo

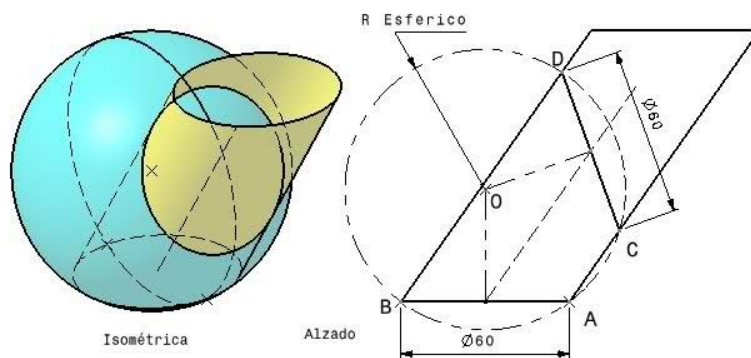


IMAGEN 50

#### CILINDROIDE DE DIRECTRÍZ CIRCULAR

Fuente: Último acceso: 24/09/11. En: [http://www.muchoctatia.es/Descriptiva/009\\_Conicas\\_como\\_Secc\\_Planas.html](http://www.muchoctatia.es/Descriptiva/009_Conicas_como_Secc_Planas.html)

[47]Cilindroide. Último acceso: 24/09/11. En: [http://www.geometriadescriptiva.com/teoria/aperez/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-superficie.htm](http://www.geometriadescriptiva.com/teoria/aperez/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm)



## Ejemplos



IMAGEN 51

### SUPERFICIES REGLADAS-CILINDROIDE

Fuente: Último acceso: 24/09/11. En:  
[http://ltenarivera.blogspot.com/2010\\_03\\_01\\_archive.html](http://ltenarivera.blogspot.com/2010_03_01_archive.html)



IMAGEN 52

### CAMPUS DE JUSTICIA DE MADRID

Fuente: Último acceso: 24/09/11. En:  
<http://www.urbanity.es/2008/campus-de-la-justicia-de-madrid/>

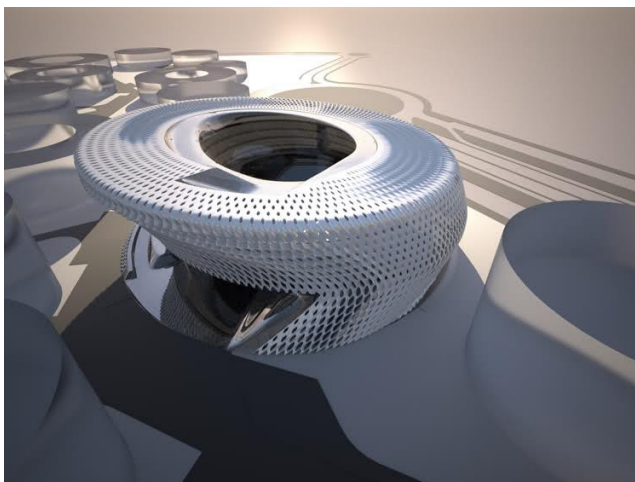


IMAGEN 53

### JUZGADO CIVIL

Fuente: Último acceso: 24/09/11. En:  
<http://www.urbanity.es/2008/campus-de-la-justicia-de-madrid/>

### 2.1.1.9 PARABOLOIDE HIPERBÓLICO

#### Definición

El Paraboloides Hiperbólico es una superficie Reglada que nace de rotar secciones de Parábolas e hipérbolas. En términos prácticos se podría decir que esta figura parte de un hiperboloides (figura que nace al rotar una parábola en su propio Eje de simetría) que se amolda al recorrido de una hipérbola base.

También se denomina silla de montar o paso de montaña, ya que en una dirección tiene las secciones en forma de parábola con los lados hacia arriba y, en cambio, en la sección perpendicular, las secciones son en forma de parábola con los lados hacia abajo. Las secciones según planos perpendiculares a los dos anteriores (según la tercera dimensión del espacio) son en forma de hipérbola. <sup>(48)</sup>

#### Ecuación

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 - z = 0$$

#### Explicación mediante los planos Cartesianos

Se llama paraboloides hiperbólico a esta superficie representada según dos puntos de vista distintos en la figura: en una dirección (en el plano  $y = 0$ ) presenta el aspecto de una parábola orientada hacia arriba de ecuación <sup>(49)</sup>

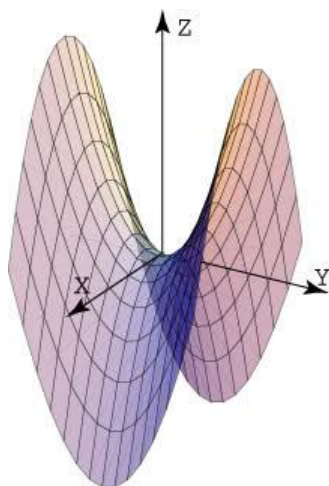


IMAGEN 17

#### REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL PARABOLOIDE HIPERBÓLICO

Fuente: Profesor Alberto M. Perez G. "Superficie reglada". Último acceso 28/09/11. En: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/cap\\_01a-imagenes/superficie\\_reglada.html](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_reglada.html)

[48]NN. Último acceso: 28/09/11. En: <http://es.wikipedia.org/wiki/Paraboloides>

[49]NN. Último acceso: 29/09/11. En: <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/6-superficiescuadraticas/index.html>

y en otra dirección perpendicular (en el plano  $x = 0$ ) la de una parábola orientada hacia abajo de

ecuación.  $z = \frac{x^2}{a^2}$

y en otra dirección perpendicular (en el plano  $x = 0$ ) la de una parábola orientada hacia abajo de

ecuación.  $z = -\frac{y^2}{a^2}$

Las secciones por planos horizontales son hipérbolas como queda representado en la figura abajo.

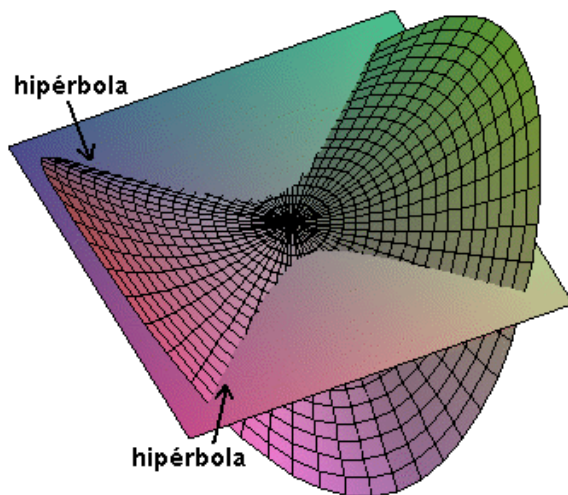


IMAGEN 54

**HIPÉRBOLA INTERSECTADA (PLANO DONDE SE ENCUENTRAN AS HIPÉRBOLAS)**

Fuente: <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/6-superficiescuadraticas/index.html>

**EJEMPLO DE PARABOLIDE HIPERBÓLICA**



IMAGEN 55

**L' OCEANOGRÁFIC, VALENCIA.  
ARQUITECTOS: CANDELAS Y JOSÉ MARÍA TOMÁS LLAVADOR.**

Fuente: [http://3.bp.blogspot.com/\\_UXAm4hKTmq0/TlrwiqvwVII/AAAAAAAAAFc/1FNOF08w2F8/s1600/s.jpg](http://3.bp.blogspot.com/_UXAm4hKTmq0/TlrwiqvwVII/AAAAAAAAAFc/1FNOF08w2F8/s1600/s.jpg)

### 2.1.1.10 HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN

#### DEFINICIÓN

El hiperboloide es la superficie de revolución generada por la rotación de una hipérbola alrededor de uno de sus dos ejes de simetría. Estas superficies son de dos clases: de una y de dos hojas.

Para entenderlo mejor, se considera a continuación el caso de la hipérbola de referencia, cuya ecuación es  $y = \frac{1}{x}$ , en el sistema de coordenadas  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  <sup>(50)</sup>

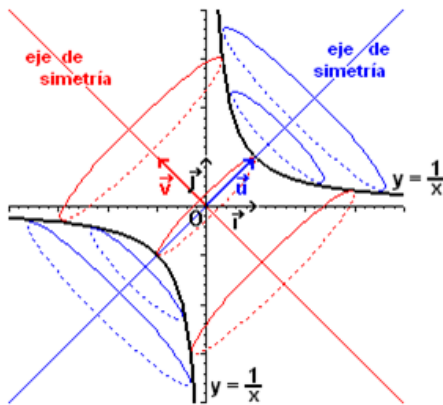


IMAGEN 56

#### HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN

Fuente: <http://enciclopedia.us.es/index.php/Hiperboloide>

La revolución alrededor del eje de simetría rojo da un hiperboloide conexo, mientras que la rotación alrededor del eje azul, que atraviesa dos veces la hipérbola, da un hiperboloide de dos hojas. <sup>(50)</sup>

#### GRÁFICA

##### HIPERBOLA DE UNA HOJA

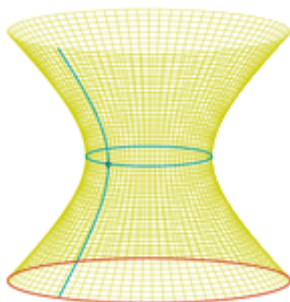


IMAGEN 18

#### REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA

Fuente: Profesor Alberto M. Perez G. "Superficie reglada". Último acceso 28/09/11. En: [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/cap\\_01a-imagenes/superficie\\_reglada.html](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_reglada.html)

[50]NN. Último acceso: 29/09/11. En: <http://enciclopedia.us.es/index.php/Hiperboloide>

### HIPERBOLA DE DOS HOJAS

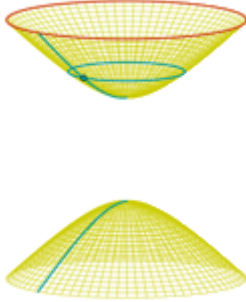


IMAGEN 57

### REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS

Fuente: Último acceso 02/10/11. En:  
<http://www.iespravia.com/rafa/superficies/index.htm>

### ELEMENTOS EN UNA HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN

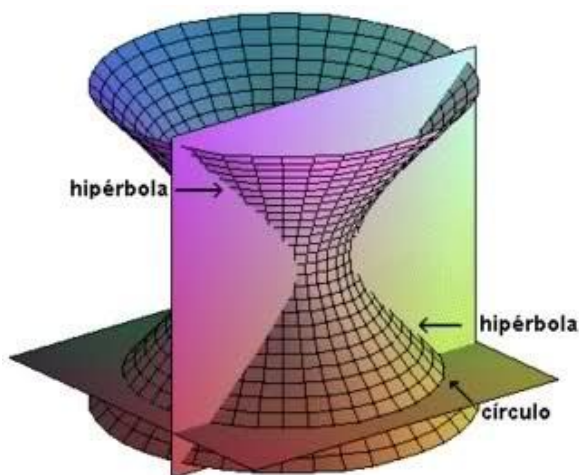


IMAGEN 58

### ELEMENTOS EN UNA HIPERBOLOIDE

Fuente: Último acceso 03/10/11. En:  
<http://enciclopedia.us.es/index.php/Hiperboloide>

(En esta página se puede apreciar cómo es que se produce un hiperboloide de revolución  
[http://www.ftn.cl/minisitios/percepcion/swf/06\\_hiperboloide\\_revolucion.html](http://www.ftn.cl/minisitios/percepcion/swf/06_hiperboloide_revolucion.html) Revisado:03/10/11 )

### Ejemplos en la Arquitectura



IMAGEN 59

### CATEDRAL DE BRASILIA - OSCAR NIEMEYER

Fuente: Último acceso 03/10/11. En:  
<http://www.arquitecturacuriosa.com/catedral-de-brasilia/>

## 2.2 \_ APLICACIÓN DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS EN LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

El desarrollo de la ingeniería, en el área estructural, ha permitido la creación de lo que hoy en día se conoce como estructuras textiles, cuya característica principal es su ligereza, llegando a pesar hasta menos de diez kilogramos por metro cuadrado, también son económicas (consumo mínimo de materiales), gentiles con el entorno que las rodea, de fácil ensamblaje y eficiencia energética. Aspectos que sobrepasan a cualquier otro tipo de estructura en lo que a ligereza y capacidad para cubrir grandes luces se refiere.

Estas estructuras o tenso-estructuras, como se les suele llamar, brindan al diseñador la libertad para experimentar con diversas formas, creando nuevas y emocionantes soluciones a problemas convencionales, las cuales sirven para impactar de forma visual al espectador. Su uso se ha acrecentado durante el siglo XX, con la difusión de ideales modernos en busca de una arquitectura que promueve la creación de espacios humanos que armonicen con la naturaleza. Pero, con solo conocer esta parte no es suficiente, ya que las tenso-estructuras, como ya se mencionó, requieren de soluciones bastante novedosas y complejas, por lo que entender los elementos que la componen, sus funciones y comportamiento dentro del sistema estructural, contribuye a un mejor entendimiento de estas. <sup>(51)</sup>

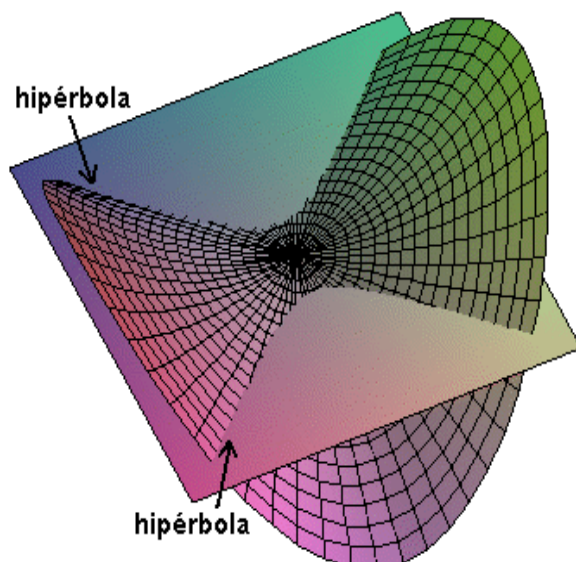


IMAGEN 54

**HIPÉRBOLA INTERSECTADA (PLANO DONDE SE ENCUENTRAN AS HIPÉRBOLAS)**

Fuente: <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/6-superficiescuadraticas/index.html>

(51)Arq. Giannina Del Re, Arq. José Puig. "Tenso Estructuras". Revisado: 22/10/11. En: <http://es.scribd.com/doc/44231231/TENSO-ESTRUCTURAS>



Como caso de estudio se ha tomado el proyecto del Complejo Olímpico de Múnich, el cual es una estructura de tipo red, en donde la superficie (cobertura del proyecto) es formada por una tupida malla de cables, permitiendo cubrir espacios más amplios y resistir cargas mayores. El comportamiento de estas estructuras está definido por la tensión o tracción, permitiendo halar la estructura molecular de un material aumentando su eficiencia debido a que se usa el eje de sección de este en toda su totalidad, con esto se logra anular esfuerzos de compresión que se producen en materiales rígidos. La tracción aumenta la capacidad de los materiales para soportar las cargas, requiriendo una mínima cantidad de estos.

Ahora si bien, con la tracción se logra maximizar la resistencia del material, un punto importante es la estabilidad de todo el sistema. Se busca que la estructura de la cobertura adquiera una doble curvatura, es decir curvaturas en direcciones opuestas, esto se puede apreciar en formas matemáticas como la parábola hiperbólica, que tiene una estabilidad dimensional. El estudio de estas formas permite conocer la distribución de cargas producidas por tensiones y de sentido opuesto. Por lo tanto, la parábola hiperbólica resulta ser una herramienta muy útil debido a que estas membranas (cobertura del proyecto) requieren de una estabilidad definida que solo se logra al salir del plano bidimensional al plano tridimensional.

Para buscar la estabilidad del sistema, es decir, el correcto funcionamiento del sistema, se debe tener en cuenta que este está compuesto por elementos flexibles y elementos rígidos. Entre los primeros se encuentran la membrana textil y los cables, en los segundos tenemos los mástiles y los puntos de anclaje para soportar y mantener la tensión de los otros elementos, teniendo como resultado un sistema basado en la flexibilidad y la tensión. <sup>(51)</sup>

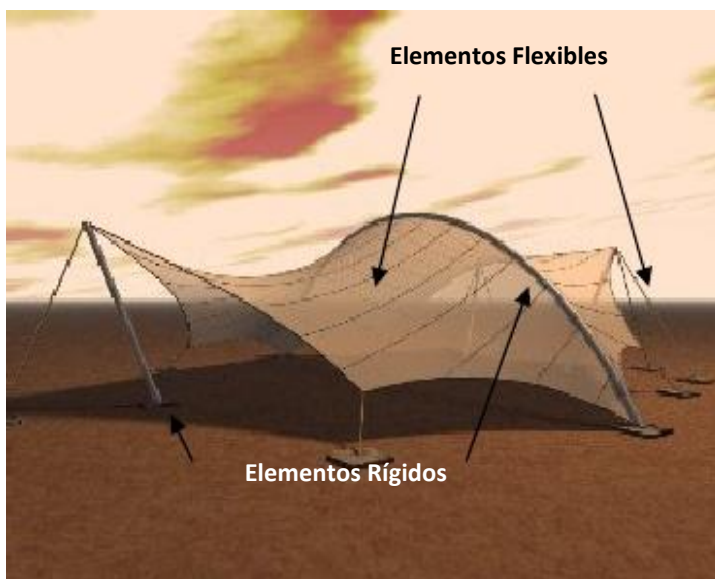


IMAGEN 60

**ELEMENTOS DE ESTRUCTURA**

Fuente: <http://es.scribd.com/doc/44231231/TENSO-ESTRUCTURAS> I

(51)Arq. Giannina Del Re, Arq. José Puig. "Tenso Estructuras". Revisado: 22/10/11. En: <http://es.scribd.com/doc/44231231/TENSO-ESTRUCTURAS>

Los elementos requieren de una colocación definida mientras se sujetan a patrones de pretensado interno. Cada elemento sometido a tracción es asociado a su peso propio y a las cargas que actúan sobre él mismo, determinando un patrón geométrico, que puede ser estudiado, según la distribución de las cargas. Estos elementos son las cuerdas y los cables, y su diseño se encuentra reglado por las fuerzas de tracción; están sujetos en sus extremos y/o distribuidos a lo largo conformando el borde de la cobertura, que también se encuentra formada por cables que son las líneas de acción que soportan las fuerzas de tracción, estos cables se encuentran entretejidos de tal manera que lo que se aprecia es una superficie cuyo peso debe ser lo menor posible, en otras palabras se desarrolla una superficie mínima, teniendo como base las formas de parábola hiperbólica, con lo que se gana una mayor libertad de diseño y economía del material, pero, se debe tener en cuenta que solo se puede actuar sobre la frontera de la misma y esperar a que la superficie ofrezca algo razonable y cautivo al espectador ya que no se puede tener la certeza sobre lo que puede suceder con la forma propiamente dicha de la superficie. Por otra parte, La distribución de cargas y la transmisión de estas al suelo no representan un factor crítico para el sistema y buen funcionamiento de las tenso-estructuras, los elementos rígidos (mástiles, arcos y riostras perimetrales) se encargan de esta tarea, y trabajan bajo esfuerzos de compresión y flexión que son mínimos en comparación con los esfuerzos de tracción que soportan los elementos flexibles.

### COMPORTAMIENTO DE LOS ELEMENTOS FLEXIBLES – CABLES

Parábola - Cable sin ninguna carga agregada, tan solo con su peso propio

Triángulo - Cable con una carga concentrada

Trapezoide - Cable con dos cargas concentradas

Polígono - Cable con serie de cargas puntuales

Parábola - Cable con carga uniformemente distribuida

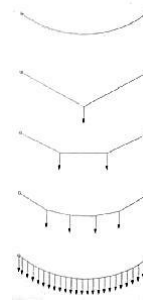


IMAGEN 61

### SUPERFICIES SINCLÁSTICA Y ANTICLÁSTICA

Fuente: Arq. Giannina Del Re, Arq. José Puig. "Tenso Estructuras". Revisado: 22/10/11.  
En: <http://es.scribd.com/doc/44231231/TENSO-ESTRUCTURAS>

Con el estudio de comportamiento de los cables se busca encontrar un punto de estabilidad de una parte del sistema, que es la intersección de dos de estos, y así poder ubicar los siguientes, que son el resultado de trazar paralelas a dichos cables logrando conformar un sistema tridimensional en forma de red.<sup>(52)</sup>

(52) Arq. Álvaro Cruz Gutiérrez. "Arquitectura Textil de Superficies Mínimas". Revisado: 22/10/11. En: <http://es.scribd.com/doc/50465669/Arquitectura-Textil-Diseno-de-superficies-minimas>



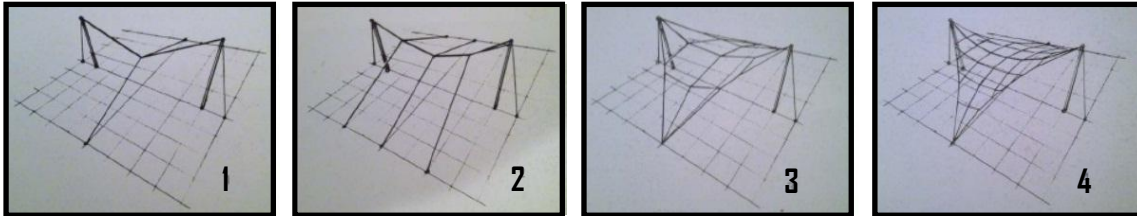


IMAGEN 62

#### ESTUDIO DE COMPORTAMIENTO DE CABLES

Fuente: Arq. Giannina Del Re, Arq. José Puig. "Tenso Estructuras". Revisado: 22/10/11.  
En: <http://es.scribd.com/doc/44231231/TENSO-ESTRUCTURAS>

En cada nodo resultante se genera una curvatura en direcciones opuestas, lo que se conoce como superficie anticlástica; teniendo como base lo antes dicho, estas estructuras pueden tener diversas variaciones que también se pueden combinar formando sistemas cada vez más complejos que comparte puntos de soporte, esto es posible en parte gracias a que solo requieren de cuatro apoyos mínimos en su estructuración <sup>(52)</sup>

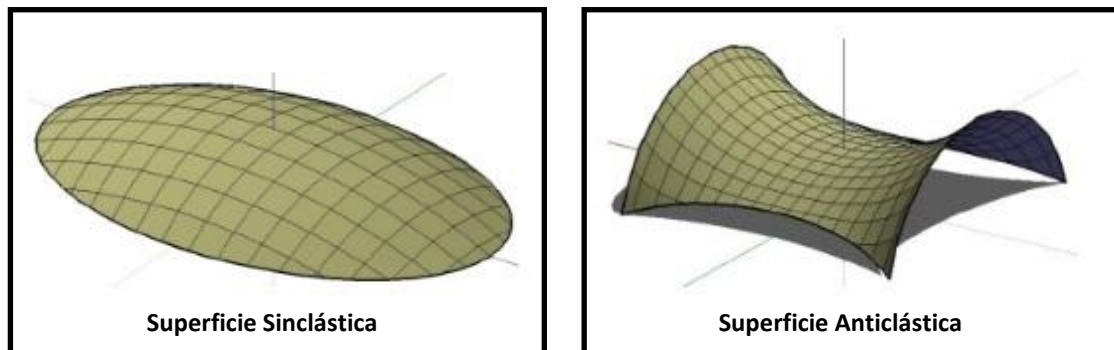


IMAGEN 63

#### SUPERFICIES SINCLÁSTICA Y ANTICLÁSTICA

Fuente: Arq. Giannina Del Re, Arq. José Puig. "Tenso Estructuras". Revisado: 22/10/11.  
En: <http://es.scribd.com/doc/44231231/TENSO-ESTRUCTURAS>

(52) Arq. Álvaro Cruz Gutiérrez. "Arquitectura Textil de Superficies Mínimas". Revisado: 22/10/11. En: <http://es.scribd.com/doc/50465669/Arquitectura-Textil-Diseno-de-superficies-minimas>

## Capítulo 3 CONCLUSIONES

### 3.1\_ EL IMPACTO EN LA ARQUITECTURA

Sin duda alguna, de todo lo visto lo que uno puede percibir o asimilar en la arquitectura después de que el arquitecto Gaudí utilizó las superficies mínimas para sus proyectos, es una gran variedad de innovaciones en lo que respecta a la forma de los edificios, coberturas complejas, que no se hubieran podido construir de la exploración estructural. Es decir, no se puede desprender este logro, el que los arquitectos hayan conseguido y seguirán consiguiendo volumetrías complejas, a partir del uso de las superficies mínimas, y que con ello hayan surgido nuevas soluciones estructurales. Entonces si de impacto en arquitectura se trata, conocer bien la teoría de las superficies mínimas por parte de los arquitectos, ha abierto la imaginación a estos por explorar con la geometría de los edificios desprendiéndose de las formas básicas de la materia.

La arquitectura es una apología a la geometría y en cuanto se sigan explorando con las formas ello se va reafirmando, ya que toda creación arquitectónica es geometría. Por ello como impacto más importante y al que deberíamos darle mucho respeto es el que haya incentivado a los arquitectos a explorar con las formas, porque si bien las superficies mínimas tienen un grado de libertad en cuanto a que los resultados son determinados, no se puede apartar el uso de ellas para que más adelante con los avances tecnológicos se hayan planteado nuevas aproximaciones y logrado edificios como el museo de Guggenheim por el arquitecto Fran O. Gehry el cual es el claro ejemplo del uso del ordenador. Entonces si de complejidad de formas se trata no se puede desligar esta idea de la exploración en nuevos sistemas estructurales para estas nuevas propuestas. El sistema de cables tensados en el edificio que se analiza en el presente trabajo, El Estadio Olímpico de Múnich por el arquitecto Frei Otto, es un ejemplo de una innovación estructural con lo que se quiere explicar que si bien se ha hablado del impacto general en el uso de superficies mínimas, la posibilidad a nuevas formas, esta también no se puede desligar de la innovación en sistemas estructurales, tema que no se puede apartar de la arquitectura.

Por otro lado, dentro de las propiedades y características de las superficies mínimas, la más importante y la cual le da el nombre a esta teoría es el hecho de que estas tienen un área mínima. Por lo cual si bien estas formas adquieren un atractivo por su elegancia y forma, estas también resultan rentables, es decir al tener un área mínima el material es menor, el tiempo de construcción también, la estructura es mucho más ligera, y con ello espacio que se está protegiendo más fluido. Estos son temas muchas veces

cruciales en la construcción, y que con el uso de superficies mínimas se pueden manejar en mejor medida, dicho esto no se puede apartar ello dentro de lo que esta teoría ha ofrecido a la profesión.

### **3.2\_ EL USO DE LA MATEMÁTICA**

No es difícil darse cuenta que teniendo conocimiento de los conceptos matemáticos es posible crear diferentes tipos de estructuras y formas que tiempo atrás era imposible realizar y quedaban solo en el papel e imaginario de las personas. Esto se puede apreciar en la solución del Complejo Olímpico de Munich, el conocer el funcionamiento de cada elemento permitió su control y en ciertos casos llevarlos a un nivel superior, es decir, darle una complejidad mayor a cada uno de ellos según sea el caso.

Si se pone en discusión el hecho de que el proyecto fue diseñado sin ayuda de ordenadores y tan solo con cálculos y maquetas de ensayo y error, nos podemos dar una idea de la importancia de las matemáticas, si este proyecto se realizara con ayuda de los ordenadores, no hubiese sido tan complicado, pero hay que entrar en cuenta que estos software han sido logrados gracias a la ayuda de las matemáticas, como se puede apreciar las matemáticas, aunque no siempre lo parezca, están inmersas en cada parte del diseño y modelado de los elementos.

A pesar de que la arquitectura es vista como una profesión centralmente vinculada con la imaginación y la proyección, también es aquella que se basa, muchas veces, en temas matemáticos para la creación y construcción.

El tema de superficies mínimas es un tema muy amplio y, en arquitectura, tiene como principal innovador y representante al arquitecto Antonio Gaudí quien las aplicó en la arquitectura.

Por todo esto, las superficies mínimas se pueden entender como una abstracción de la geometría que permite la manipulación de las superficies (matemáticas) que son establecidas previamente para luego trasladarlas al espacio arquitectónico.

En conclusión, las matemáticas, lejos de estar ausente en el "momento de inspiración y proyección del artista", están explícitas en cada parte del diseño arquitectónico ya que se afirma que toda creación arquitectónica es geometría.

### **3.3\_ IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DEL ARQUITECTO**

Las matemáticas si bien, no se encuentran de forma directa en el proceso de diseño al comenzar a plantear un proyecto, estas, sin duda alguna, son inconscientemente un referente para las proporciones a plantearse en la estructura. Es decir, tenemos una idea de las medidas que se tienen que usar en las diferentes proporciones de las partes del proyecto de acuerdo a las propiedades del material, que son conocidas por un análisis matemático, el cuál es el referente, todo ello como un proceso racional, del uso inconsciente de los conceptos matemáticos.

La importancia del uso de las matemáticas en la formación del arquitecto es innegable ya que existe un paralelismo entre las concepciones matemáticas y el pensamiento arquitectónico. Las matemáticas se encuentran presentes y evidentes en los planos (plantas, alzados, etc.) y en los elementos que lo componen (figuras geométricas) ya sea en la fachada o elementos decorativos que configuran y están íntimamente relacionados con la inserción de figuras geométricas y, asimismo, con la existencia de las relaciones entre sus propios elementos que componen arquitectónicamente cada uno de los edificios que un arquitecto o persona natural pueda observar. Entre uno de los temas centrales que los arquitectos muchas veces aplicamos en nuestro tema de diseño, la geometría euclidiana se convierte en un tema interesante a analizar por ser sensible según las dimensiones mensurables y precisas.

En otros casos, la relación de la arquitectura con el diseño arquitectónico se da, por ejemplo, en el tema de las proporciones ya que se trata de relacionar las proporciones del ser humano con los ambientes, elementos arquitectónicos o algunos detalles de fachada también, entre otros. Las matemáticas son una de las principales causas que producen grandes obras arquitectónicamente identificadas con las mismas, las cuales la hacen una obra arquitectónica auténtica e interesante.

Teniendo todo ello claro, no se puede hacer esperar entonces el uso de la materia en la formación del arquitecto, he ahí que vamos a encontrar en la currícula de nuestra casa de estudios cursos como el presente y MATEMÁTICAS I y II y el de ESTRUCTURAS I, II Y III. En la Universidad de Colima por ejemplo, también se puede ver en al currícula (<http://www.ucol.mx/docencia/planes-estudio/documentos/L-234.pdf>) los cursos de matemática y estructuras que están en el proceso de la carrera. La facultad también especifica en el punto de **Características deseables en el estudiante y Estudios previos** temas de física y matemáticas.

Entonces, las matemáticas no deben tomarse como una materia más dentro de la arquitectura, sino que es fundamental y va de la mano de la carrera, en la actualidad ninguna propuesta arquitectónica puede pensarse sin tener presente esta materia.

## ANEXOS

### Referencias y descripción de los artículos citados

#### CONTEXTO

- Dennis Sharp. *La Enciclopedia Ilustrada de Arquitectos y Arquitectura*. Nueva York: Quatro Publishing, 1991. NA 40.145. ISBN 0-8230-2539-X. p20.
- Kevin Matthews and Artifice, Inc. (1994-2011). *Gunter Behnisch*. [http://www.greatbuildings.com/architects/Gunter Behnisch.html](http://www.greatbuildings.com/architects/Gunter_Behnisch.html)

La empresa de Günter Behnisch, Behnisch Gunter Behnisch Partner, creada en 1967, se centraba en trabajar con materiales prefabricados que permitían una flexibilidad y una facilidad a construir una arquitectura orgánica que se caracterice por la innovación, ecología y flexibilidad.

- Fundación Wikimedia, Inc. (2010). *Günter Behnisch*. [http://es.wikipedia.org/wiki/G%C3%BCnter Behnisch?](http://es.wikipedia.org/wiki/G%C3%BCnter_Behnisch?)

Günter Behnisch, arquitecto alemán, fue uno de los más importantes representantes del deconstructivismo. Tiene proyectos principalmente en Alemania, Estados Unidos y Canadá.

- S/n. (2004-2011). *Frei Otto*. [http://www.biografiasyvidas.com/biografia/o/otto frei.htm](http://www.biografiasyvidas.com/biografia/o/otto_frei.htm)

Frei Otto, arquitecto e ingeniero alemán interesado en la arquitectura y construcción de superficies ligeras, la construcción con membranas y la carga llevada a los gigantes postes que sujetan la estructura de una superficie. Su arquitectura se familiariza y caracteriza por basarse en puntos de apoyo para lograr una gran cubierta de red extendida, en la misma mezcla sus conocimientos de arquitectura e ingeniería.

- Fundación Wikimedia, Inc. (2011). *Frei Otto*. [http://es.wikipedia.org/wiki/Frei Otto?](http://es.wikipedia.org/wiki/Frei_Otto?)

Frei Otto, arquitecto, profesor y teórico alemán que cuenta con gran experiencia en la construcción de mallas y manera de resolver su estructura le han dado valor significativo a su imagen como arquitecto del siglo XX. Ha construido y recibido premios honrosos a su labor como arquitecto e ingeniero en Alemania, Estados Unidos y otros países.

- S/n. (2011). *Arquitectura orgánica (Estadio Olímpico de Munich)*. <http://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/11120032/arquitectura-organica-estadio-olimpico-de-munich.html>

#### IMAGEN DEL ESTADIO OLÍMPICO DE MUNICH

\*S/n = Sin Nombre

- **S/n. Estadio Olímpico de Munique.**  
<http://www.lmc.ep.usp.br/people/hlinde/estruturas/munique.htm>

Historia del Inicio de la construcción del estadio Olímpico de Munich, en la cual la idea principal era construir una enorme malla sobre las instalaciones, la cual contaba con una ligereza estructural que permitía la armonía con el terreno y el alrededor. Es calificada por las personas como una tela de araña por sus composiciones y la forma de la cubierta.

## MATEMÁTICA

- **Fundación Wikimedia, Inc. (2011). Superficie (matemática).**  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Superficie\\_\(matem%C3%A1tica\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Superficie_(matem%C3%A1tica))

Una superficie es un conjunto de puntos de un espacio euclídeo, una variedad bidimensional que pertenece al plano euclídeo. Existen tipos de superficies en las cuales se presentan las superficies cerradas, desarrollables, regladas y alabeada y, las orientables.

- **CIDSE. Curvas y superficies cilíndricas.** <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/4-curvas-superficies/index.html>

Ejemplos de ejercicios matemáticos con soluciones para los planos y las curvas en el espacio.

- **S/n. Tema 4: la superficie.** <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0677-02/tema4.htm>

La superficie es la parte exterior de los cuerpos. La superficie se mide por unidades. El número  $\pi$  y el teorema de Pitágoras forman parte en la importancia de las superficies.

- **S/n. Representación de superficies.**  
[http://www.uclm.es/area/egi/AULA\\_DES/REPRESENTACION%20DE%20SUPERFICIES.ppt](http://www.uclm.es/area/egi/AULA_DES/REPRESENTACION%20DE%20SUPERFICIES.ppt)

En la geometría, una superficie se define como el espacio que ocupa una línea que se deforma en el espacio en base a una o unas leyes determinadas. Entre las superficies se encuentran los poliedros regulares, las superficies piramidal y cónica, las superficies prismática y cilíndrica y, la esfera.

- **S/n. Tema 6: Curvas y superficies. Superficies de revolución. Esfera. Poliedros.**  
<http://ocw.unican.es/enseñanzas-tecnicas/expresion-grafica-y-dao/material-de-clase-2/T6CurSupEsfPol.pdf>

Conceptos de la formación de superficies, la clasificación de las mismas y los ejemplos o tipos.

- **S/n. Superficies.** [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-superficie.htm](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm)

Las superficies como la configuración geométrica en dos dimensiones. Entre las principales superficies encontramos el círculo, la superficie reglada y la superficie de curvatura doble.

- Gúlias, Néstor Martín. (2010). *Superficies regladas alabeadas*. <http://superficies-regladas-alabeadas.blogspot.com/>

Las superficies alabeadas son aquellas generadas por el movimiento de una línea recta con lo cual se forman dos posiciones adyacentes de una recta. Entre las superficies alabeadas se deben apoyar las generatrices siempre sobre tres directrices.

- Bassegoda Nonel, Juan. *La arquitectura escultórica de Antonio Gaudí*. [http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/2183/5162/1/ETSA\\_8-1.pdf](http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/2183/5162/1/ETSA_8-1.pdf)

Un recuento de las obras de Gaudí y una aproximación al pensamiento de Gaudí, el cual es esencial para regir la mentalidad en la arquitectura a lo largo de la historia. El uso de la geometría euclidiana y analítica en sus obras, así como también las herramientas que utilizó Gaudí para lograr sus increíbles obras.

- Funcación Wikimedia, Inc. (2011) *Superficie Reglada*. [http://es.wikipedia.org/wiki/Superficie\\_reglada](http://es.wikipedia.org/wiki/Superficie_reglada)

Una superficie reglada es, geoméricamente, la superficie generada por una recta generatriz, al desplazarse sobre una curva o varias las cuales son las directrices. El plano, las superficies de curvatura simple y las superficies alabeadas pertenecen a la clasificación de las superficies regladas.

- Fundación de la Junta Constructora del templo expiatorio de la sagrada familia. *Superficies Regladas*. [http://www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs\\_instit/pdf/geom\\_02.pdf](http://www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs_instit/pdf/geom_02.pdf)

Las superficies regladas en la construcción y elaboración del diseño del templo de la sagrada familia del arquitecto Antonio Gaudí fueron relevantes en la inspiración de Gaudí. El uso de hiperboloides, paraboloides hiperbólicos, helicoides y conoides son los exponentes principales de esta obra.

- Perez, Alberto. *Superficie Reglada*. [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/cap\\_01a-imagenes/superficie\\_reglada.html](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/cap_01a-imagenes/superficie_reglada.html)

Imagen de la superficie reglada en animación.

- Instituto de educación secundaria La Albericia. *Superficies*. <http://www.iesalbericia.com/departamentos/plastica/web/plastica/poliedros.pps>

Los poliedros en la clasificación de las superficies.

- S/n (2006). *Cuerpos Geométricos*. [http://www.lapaginadejc.com.ar/Naturales/Matematica/Cuerpos\\_geometricos.htm](http://www.lapaginadejc.com.ar/Naturales/Matematica/Cuerpos_geometricos.htm)

Los cuerpos geométricos se clasifican principalmente en dos: los poliedros, limitados por polígonos y, los cuerpos redondos, los cuales se generan por la rotación de una figura plana alrededor de un eje.



- **Bono, David. (2011). *Envolventes regladas, paraboloides hiperbólicos, hiperboloides de revolución, helicoides.* <http://envolventes-regladas.blogspot.com/>**

Se desarrolla una nueva entidad estructural y arquitectónica a la cual denominan “envolventes regladas” y se destacan por poseer un nuevo lenguaje arquitectónico sustentable y de modelos de desarrollo regional exclusivos.

- **Besomi, Andrés. (2006). *Richard Rogers: Palacio de Justicia de Amberes, Bélgica.* <http://www.plataformaarquitectura.cl/2006/07/09/richard-rogers-palacio-de-justicia-de-amberes-belgica/>**

Edificio formado por 6 alas con jardines interiores en las mismas, destacado por las puntas inclinadas que aparecen en su cubierta la cual se estructura en base a secciones triangulares que conforman una malla tridimensional compleja.

- **S/n. (2011). *Catedral de Brasilia de Oscar Niemeyer.* <http://inarquitectura.blogspot.com/2011/07/catedral-de-brasilia-de-oscar-niemeyer.html>**

La catedral de Brasilia, caracterizada centralmente por la forma que contiene los espacios y la cobertura que tiene en el exterior, es interesante ya que está diseñada en base a superficies regladas tales como el hiperboloides en la estructura construida de hormigón, con secciones asimétricas y con columnas de sección hiperbólica que tienen un gran peso de 90 toneladas y tienen un significativo valor que representa el acceso y alcance al cielo.

## EL PROBLEMA Y SU SOLUCIÓN MATEMÁTICA

- **S/n (2006). *Cuerpos Geométricos.* [http://www.lapaginadejc.com.ar/Naturales/Matematica/Cuerpos\\_geometricos.htm](http://www.lapaginadejc.com.ar/Naturales/Matematica/Cuerpos_geometricos.htm)**

Los cuerpos geométricos se clasifican principalmente en dos: los poliedros, limitados por polígonos y, los cuerpos redondos, los cuales se generan por la rotación de una figura plana alrededor de un eje.

- **Bono, David. (2011). *Envolventes regladas, paraboloides hiperbólicos, hiperboloides de revolución, helicoides.* <http://envolventes-regladas.blogspot.com/>**
- **Bassegoda Nonel, Juan. *La arquitectura escultórica de Antonio Gaudí.* [http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/2183/5162/1/ETSA\\_8-1.pdf](http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/2183/5162/1/ETSA_8-1.pdf)**

Un recuento de las obras de Gaudí y una aproximación al pensamiento de Gaudí, el cual es esencial para regir la mentalidad en la arquitectura a lo largo de la historia. El uso de la geometría euclidiana y analítica en sus obras, así como también las herramientas que utilizó Gaudí para lograr sus increíbles obras.

- **CIDSE. *Curvas y superficies cilíndricas.* <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/4-curvas-superficies/index.html>**

Ejemplos de ejercicios matemáticos con soluciones para los planos y las curvas en el espacio.

- S/n. (n.e.). *Paraboloide Hiperbólico*. [www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs\\_instit/pdf/geom\\_04.pdf](http://www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs_instit/pdf/geom_04.pdf)

Explicación sobre el paraboloides hiperbólico, como superficie reglada más utilizada por Gaudí y lo que significaba para él, dada desde el corte de la superficie en distintos puntos y lo que se consigue, y la metodología a la cual se hace uso para generar dicha superficie.

- S/n. (n.e.). *Superficies Mínimas*. [www.hernandezmayathelma.wordpress.com/2008/12/11/superficies-minimas/](http://www.hernandezmayathelma.wordpress.com/2008/12/11/superficies-minimas/)

Las superficies mínimas desde la descripción de las disciplinas de las matemáticas y la física y como se aprovecharon estos conceptos por personajes como Gaudí y Candela.

- S/n. (n.e.). *Superficies Mínimas*. Revisado: 26/09/11. [www.red-mat.unam.mx/gog/tabsupmin.html](http://www.red-mat.unam.mx/gog/tabsupmin.html)

Imágenes de superficies mínimas.

- Corredor, María. (2007). *Superficies Mínimas*. Revisado: 26/09/11. <http://www.makeico3.blogspot.com/2007/11/superficies-mnimas.html>

Definición de las superficies mínimas, dentro de distintas disciplinas, concepto y formación de superficies básicas, y la relación de la arquitectura con las matemáticas, principal énfasis con las superficies mínimas.

- María Alejandra Lozada. (n.e.). *Superficies Mínimas*. Revisado: 26/09/11. <http://alblatant.wordpress.com/componentes/sistemas-complejos/superficies-minimas/>

Ideas principales sobre las superficies mínimas dentro de la física, su concepción y función. Algunos datos sobre las superficies más utilizadas por los arquitectos Gaudí, Candela y Frei Otto.

- S/n. *TEMA 7: SUPE.RFICIES REGLADAS DESARROLLABLES. PIRAMIDE-CONO, PRISMA-CILINDRO*. <http://ocw.unican.es/enseanzas-tecnicas/expresion-grafica-y-dao/material-de-clase-2/T7SupReglDesarr.pdf>

Definición de las Superficies Regladas Desarrollables, su representación diédrica, la ubicación de un punto sobre una superficie, proyección y verdadera magnitud de una sección de la superficie, y temas complementarios.

- Profesor Alberto M. Perez G. *Superficie*. [http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap\\_01a-conceptos\\_geometricos/05-superficie.htm](http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/alperez/teoria/cap_01a-conceptos_geometricos/05-superficie.htm)

La página se enfoca en explicarnos el concepto de superficie, y menciona y explica las principales manifestaciones de esta configuración geométrica que son el círculo, la superficie reglada y la superficie de doble curvatura.

- **S/n. Las Secciones Cónicas.**

<http://alquimiayciencias.blogspot.com/2011/06/el-descubrimiento-de-las-secciones.html>

Breve relato histórico sobre el nacimiento de las superficies cónicas, su descripción y las distintas superficies que se logran dependiendo del ángulo del cono.

- **Scarpetta, Cristian. El Cono Divino de Le Corbusier.**

<http://edant.clarin.com/suplementos/arquitectura/2006/09/12/a-01269611.htm>

Descripción del último proyecto construido del conocido arquitecto Le Corbusier, La Capilla de Saint Pierre, después de 45 años de haber sido diseñada, y el uso de conos en el aspecto formal del edificio

- **Imagen. Cono en la Ciudad de las Artes y las Ciencias, Valencia.**

[http://www.photaki.es/foto-cono-en-la-ciudad-de-las-artes-y-las-ciencias-valencia\\_103915.htm](http://www.photaki.es/foto-cono-en-la-ciudad-de-las-artes-y-las-ciencias-valencia_103915.htm)

- **Imagen de Cónicas. [http://secciones-](http://secciones-conicas.wikispaces.com/space/showlogo/1270636007/logo.jpg)**

**[conicas.wikispaces.com/space/showlogo/1270636007/logo.jpg](http://secciones-conicas.wikispaces.com/space/showlogo/1270636007/logo.jpg)**

- **Javier (2006). Reapertura del cuatro cilindros de BMW en Munich.**

<http://www.topspeed.es/auto/noticias-de-autos/reapertura-del-cuatro-cilindros-de-bmw-en-munich-ar13836.html>

El proyecto de restauración del edificio de los cuatro cilindros para la marca bmw, en Munich, también es interesante a analizar por su cubierta que se basa en una estructura metálica que cuenta con un tratamiento especial y detallado y por la sencillez de su forma(cilindro) que es trabajada con espacios interiores interesantes.

- **S/n (2010). La Casa Cilindro. <http://www.arquitecturacuriosa.com/casa-cilindro/>**

La casa cilindro, es una creación de un reducido espacio dormitorio especialmente creada y diseñada para estudiantes o para personas que estén interesadas en habitar un espacio pequeño, cómodo y relajante pues, dentro de ella, no se cuenta con el ruido del exterior.

- **S/n. Cilindros y superficies de revolución.**

[http://members.fortunecity.es/tutoriales/mate2/unidad1/mate2\\_17.htm](http://members.fortunecity.es/tutoriales/mate2/unidad1/mate2_17.htm)

La gráfica de una superficie amerita una ecuación de tres variables que representa las coordenadas de todo punto en la superficie.

- **Alberto Pérez (2011). *Geometría descriptiva*.** [http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F33652%2F1%2Fgeometria\\_descriptiva.pdf&rct=j&q=www.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F...%2Fgeometria\\_descriptiva.pdf&ei=efd\\_Toq\\_G6Ta0QGrusDmDw&usg=AFQjCNffsTEzG\\_NbNGCk6URXGwF\\_DMwMlg?&cad=rja](http://www.google.com.pe/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F33652%2F1%2Fgeometria_descriptiva.pdf&rct=j&q=www.saber.ula.ve%2Fbitstream%2F123456789%2F...%2Fgeometria_descriptiva.pdf&ei=efd_Toq_G6Ta0QGrusDmDw&usg=AFQjCNffsTEzG_NbNGCk6URXGwF_DMwMlg?&cad=rja)

Escrito de guía para resolver el tema de geometría descriptiva. Material de apoyo y consulta para solucionar problemas del tema.

- **S/n. *Superficies Dinámicas*.** <http://geometriadinamica.es/Geometria/Superficies/Superficies-Coleccion.html>

Las superficies, su composición y elementos que las componen. Animaciones dinámicas en las que se muestran estos dos temas referentes a superficies.

- **S/n. *Curvas y superficies cilíndricas*.** <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/4-curvas-superficies/index.html>

Las ecuaciones matemáticas que describen cada superficie. Animaciones que permiten ver las mismas ecuaciones (superficie) en el espacio.

- **Fundación Wikimedia, Inc. (2011). *Cilindro*.** <http://es.wikipedia.org/wiki/Cilindro>

Definición del cilindro como superficie conformada por puntos situados a una misma distancia en una línea recta. En geometría diferencial, un cilindro se define de forma general como cualquier superficie reglada generada por una familia uniparamétrica de líneas paralelas.

- **Grupo Ag1 (2010). *Geometría al servicio de la arquitectura*.** <http://ag-hypatia.blogspot.com/>

El paraboloides hiperbólico como superficie más utilizada en temas de arquitectura y que tiene como representante al arquitecto Antonio Gaudí y a Félix Candela. Superficie curvada con la cual se pueden construir líneas rectas únicamente variando el ángulo de inclinación de una recta que se mueve encima de otra curva. Superficies regladas y ejemplos en otro ámbito del arte o la arquitectura.

- **Fundación Wikimedia, Inc. (2011). *Paraboloides*.** <http://es.wikipedia.org/wiki/Paraboloides>

El paraboloides como superficie de ecuación cuadrática de tipo tridimensional.

- **Walter Mora, Geovanni Figueroa. *Superficies Cuadráticas*.** <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/t2-Funciones-de-variasvariables/6-superficiescuadraticas/index.html>

Elipse, la parábola y la hipérbola que tienen su generalización al espacio tridimensional como elipsoide, paraboloides e hiperboloides. Secciones cónicas y sus respectivas ecuaciones.

- S/n (2011). *Sistemas Estructurales*. <http://somosreynitas.blogspot.com/>

Video y fotos de la maqueta del proyecto del restaurants “Los manantiales” de Félix Candela. Sistema estructural complejo basado en hiperboloides.