

# Resistencia de Materiales 1A

Profesor Herbert Yépez Castillo

2015-1

# Capítulo 6. Flexión

6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

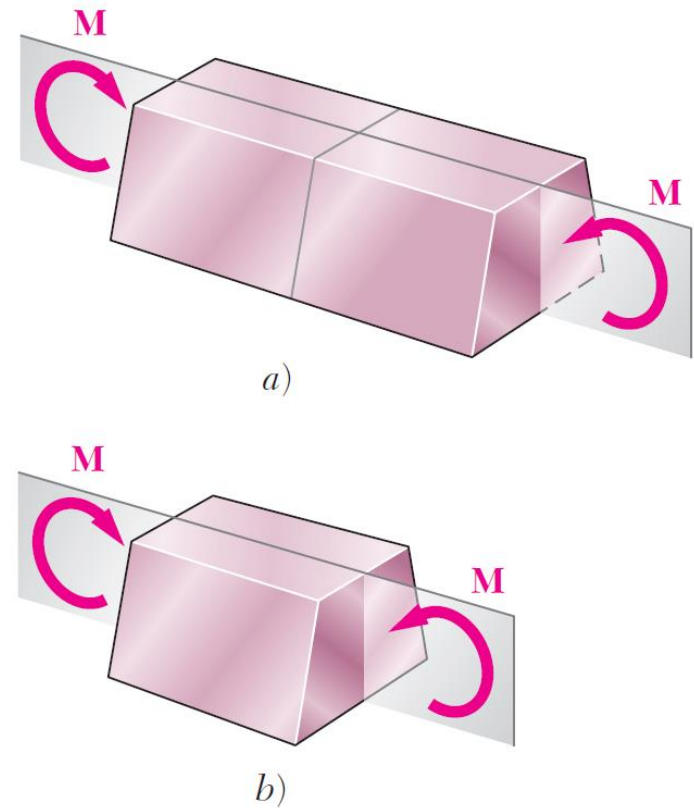
6.2 Formulación de flexión

6.3 Análisis de vigas a flexión

# 6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

## 6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

- Una viga con un plano de simetría es sometido a **pares iguales y opuestos  $M$**  que actúan en dicho plano.
- Si la viga sufre un corte en un punto arbitrario, las condiciones de equilibrio requieren que **las fuerzas internas en la sección sean equivalentes al par  $M$** .
- Las fuerzas internas en cualquier sección transversal de la viga en **flexión pura** son equivalentes a un par  **$M$** .
- El momento  **$M$**  de dicho par se conoce como el **momento flector** de la sección.



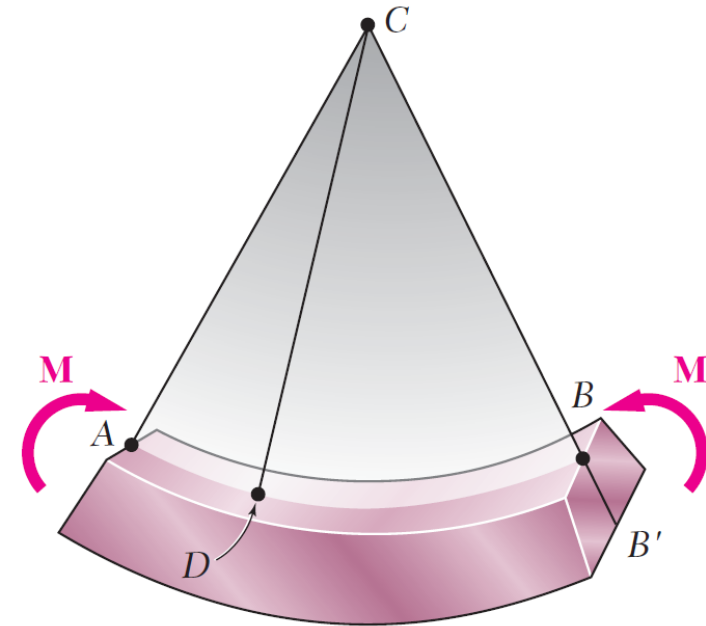
6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

## 6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

- La viga se flexiona bajo la acción de los pares, pero permanece simétrico con respecto al plano de simétrica.
- Como el momento flector  $M$  es el mismo en cualquier sección de la viga, entonces se *flexiona uniformemente*
- La línea  $AB$  que era originalmente recta, se transforma en un segmento de circunferencia con centro en  $C$ .
- Lo mismo ocurre con la línea  $A'B'$  a lo largo de la cara inferior de la viga.



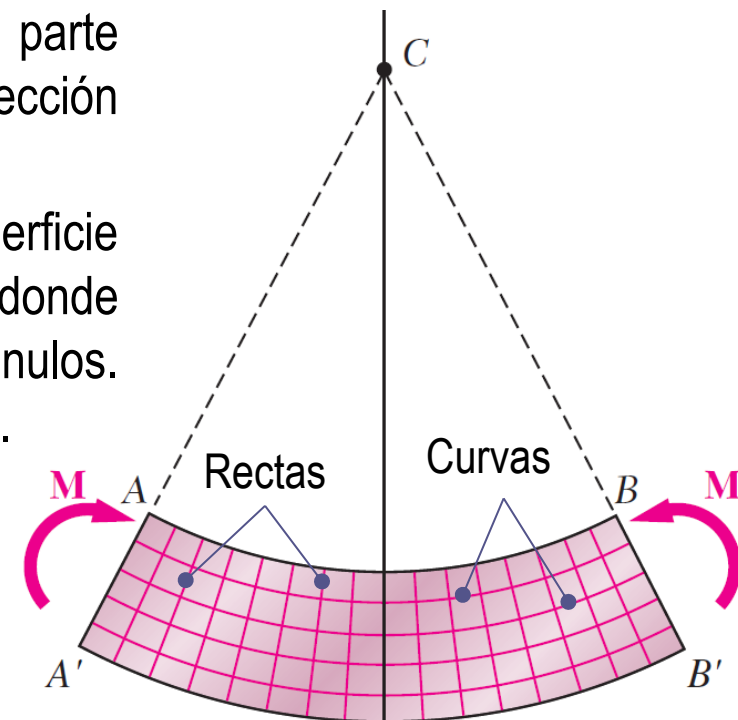
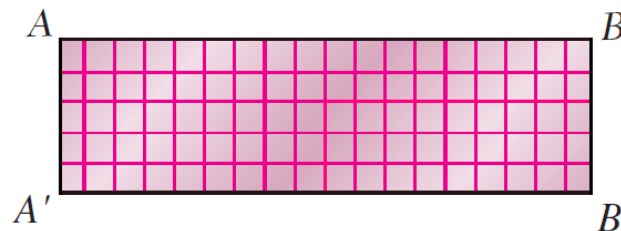
6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

## 6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

- Sobre la viga deformada las líneas longitudinales se curvan, mientras que las líneas transversales permanecen rectas. Se observa que  $AB$  **se acorta** mientras  $A'B'$  **se alarga**.
- Resulta que la parte superior está sometida a esfuerzos de **compresión** y la parte inferior a esfuerzos de **tracción** en dirección longitudinal
- Entonces, debe existir una superficie paralela a las caras superior e inferior, donde la deformación y el esfuerzo sean nulos. Esta superficie es la **superficie neutra**.



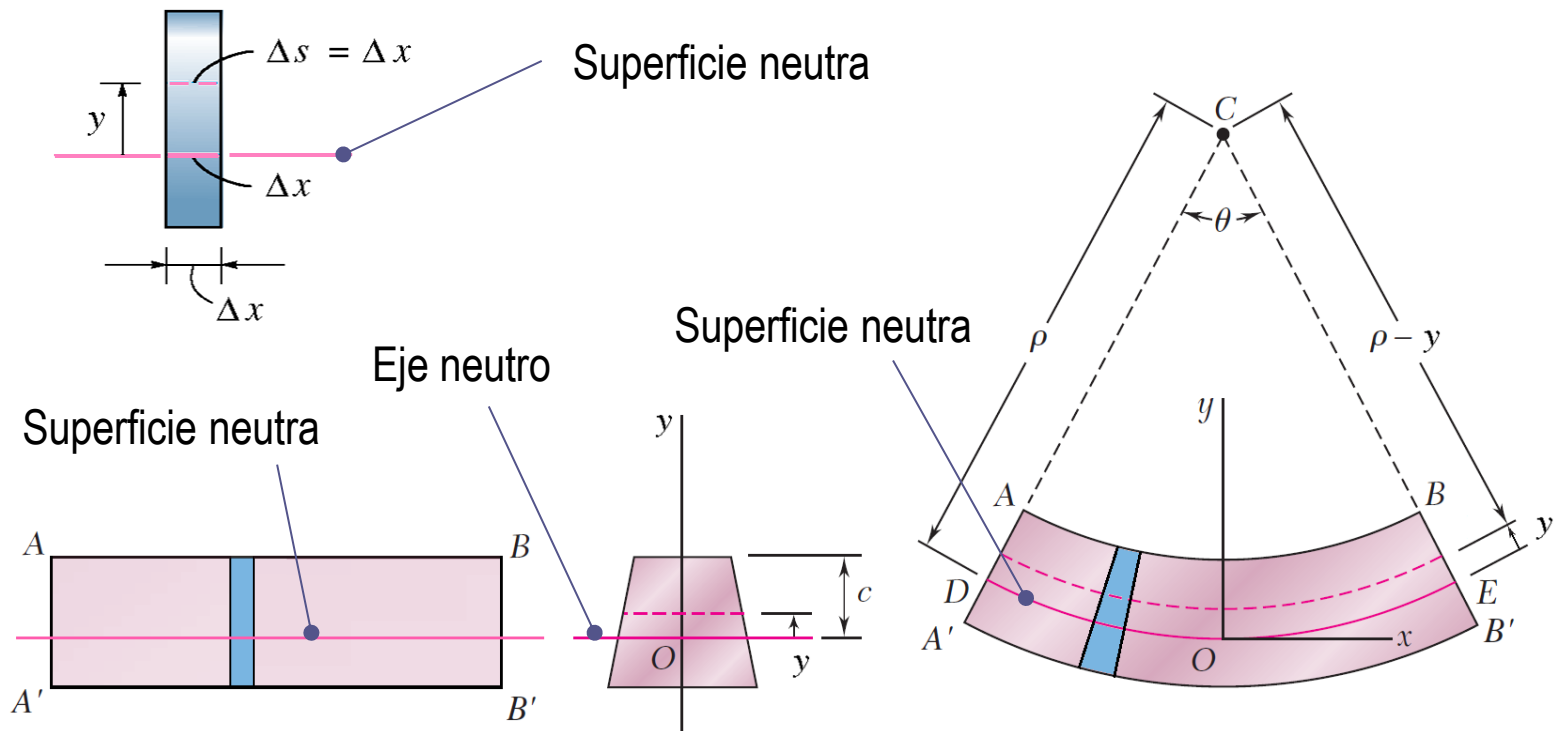
6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

# 6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

- La superficie neutra es representada por  $DE$  y con la finalidad de determinar la deformación por flexión se aísla un segmento de la viga.



6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

## 6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

### 6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

Se define la deformación unitaria normal del segmento:

$$\epsilon = \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

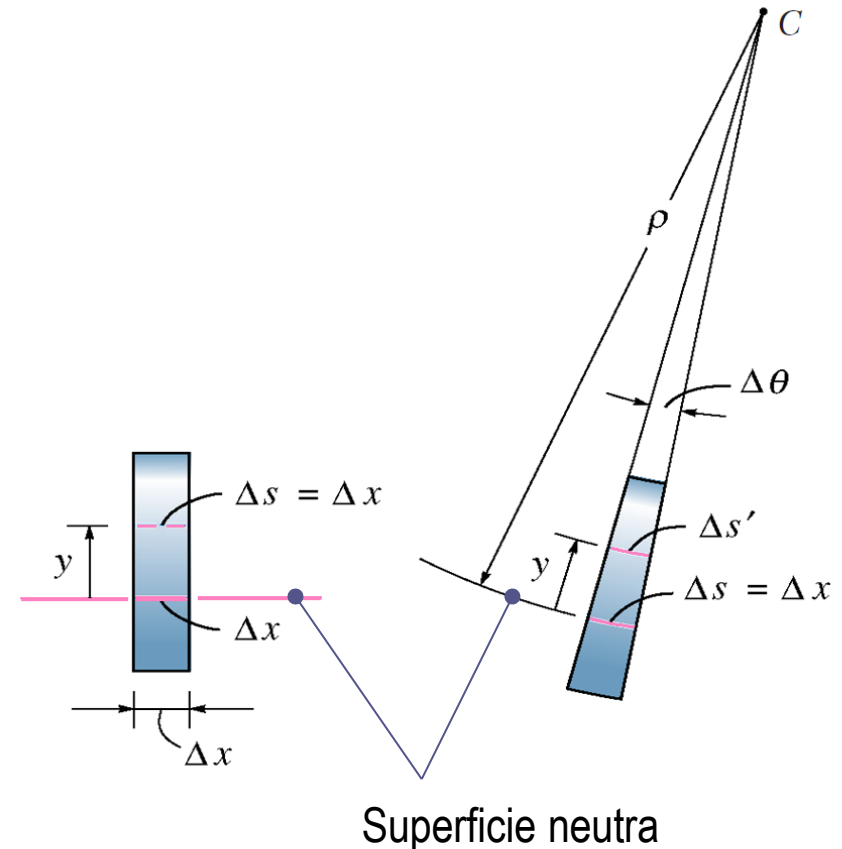
Donde

$$\begin{aligned}\Delta s &= \rho \Delta \theta \\ \Delta s' &= (\rho - y) \Delta \theta\end{aligned}$$

Entonces

$$\epsilon = \frac{(\rho - y) \Delta \theta - \rho \Delta \theta}{\rho \Delta \theta}$$

$$\epsilon = -\frac{y}{\rho}$$



### 6.2 Formulación de flexión

### 6.3 Análisis de vigas a flexión

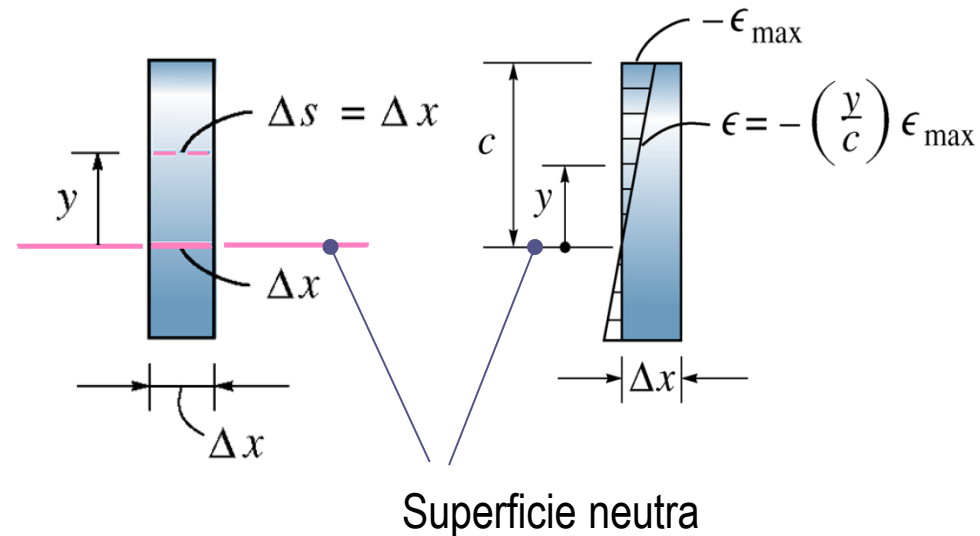


# 6.1 Deformación por flexión de un miembro recto

La deformación unitaria normal por flexión es:

$$\epsilon = -\frac{y}{\rho}$$

$$\epsilon = -\frac{y}{c} \epsilon_{max}$$



6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

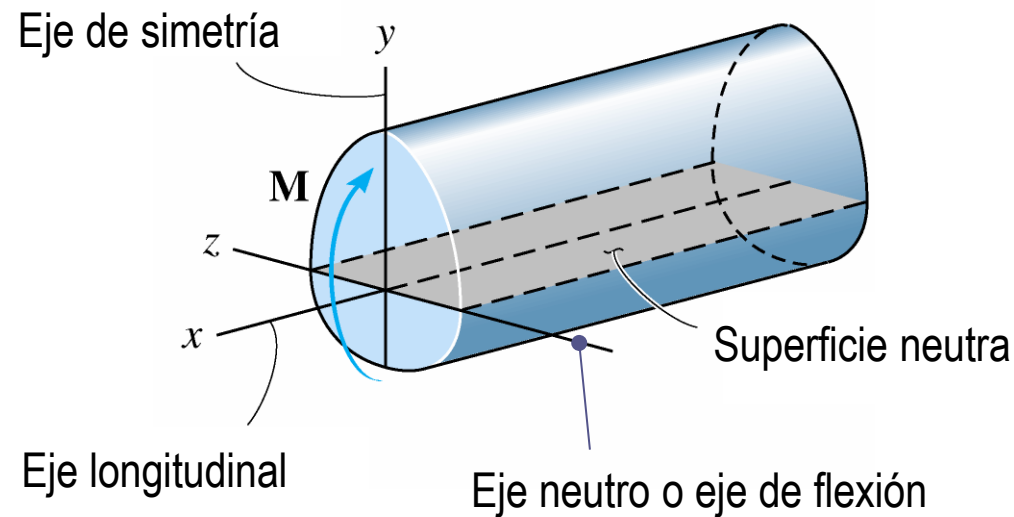
6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

# 6.2 Formulación de flexión

Resistencia de Materiales 1A - Prof. Herbert Yépez C.

## 6.2 Formulación de flexión

- Debe existir una expresión que relacione la distribución de esfuerzos y el momento flector que actúan en la sección transversal de la viga.
- Para ello, una viga de sección circular es sometida a flexión pura, la cual revela su superficie neutra



6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

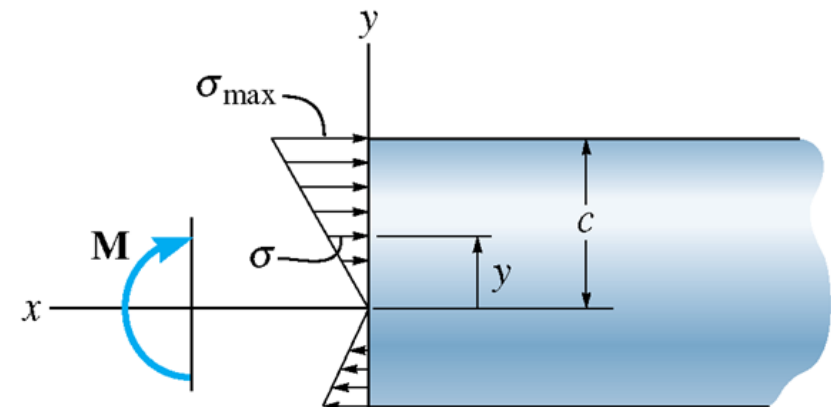
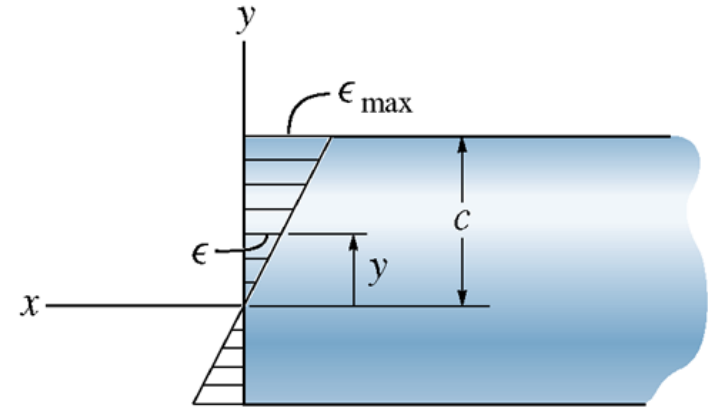
## 6.2 Formulación de flexión

- Se supone que la viga es de un material de comportamiento elástico lineal, de modo que la ley de Hooke se cumple  $\sigma = E \epsilon$ .
- Reemplazando la ley de Hooke en la expresión de deformación unitaria normal determinada en la sección anterior, se obtiene:

$$\epsilon = -\frac{y}{c} \epsilon_{max}$$

$$\frac{\sigma}{E} = -\frac{y}{c} \frac{\sigma_{max}}{E}$$

$$\sigma = -\frac{y}{c} \sigma_{max}$$



6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

## 6.2 Formulación de flexión

- Analizando un elemento  $dA$ , se debe satisfacer que la fuerza resultante debe ser igual a cero en el **eje neutro**.

$$\Sigma F_x = F_R = 0:$$

$$0 = \int dF = \int_A \sigma dA$$

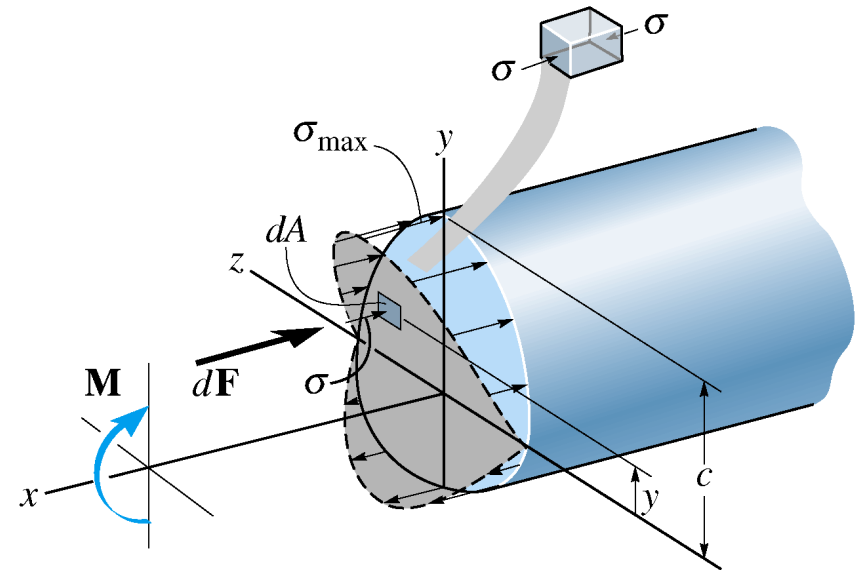
Donde

$$\sigma = -\frac{y}{c} \sigma_{max}$$

Entonces

$$0 = \int_A -\frac{y}{c} \sigma_{max} dA$$

$$0 = -\frac{\sigma_{max}}{c} \int_A y dA$$



6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

## 6.2 Formulación de flexión

6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

$$0 = -\frac{\sigma_{max}}{c} \int_A y dA$$

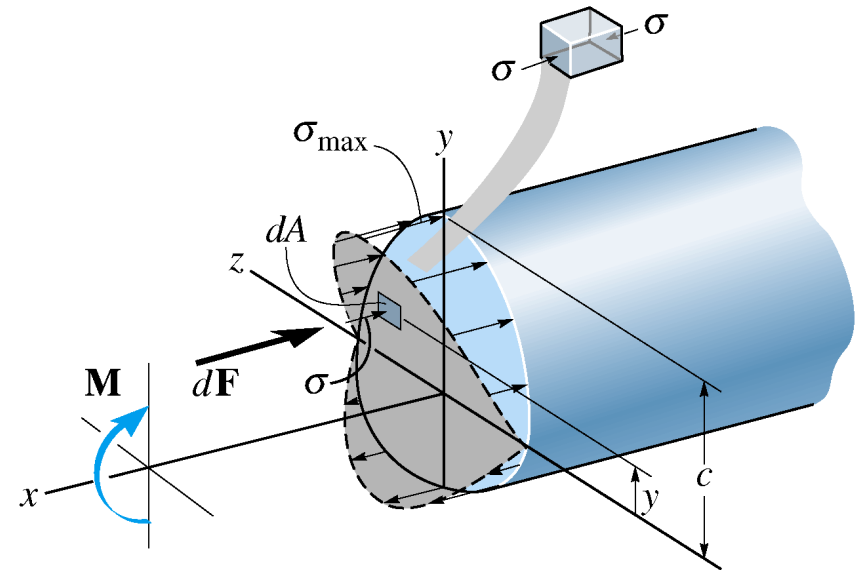
Donde

$$\frac{\sigma_{max}}{c} \neq 0$$

Entonces

$$\int_A y dA = 0$$

$$\bar{y} = \frac{\int_A y dA}{\int_A dA} = 0$$



Esta condición puede ser satisfecha sólo si el **eje neutro** es el **eje centroidal** horizontal de la sección transversal.

## 6.2 Formulación de flexión

- Analizando un elemento  $dA$ , se debe satisfacer que el momento resultante debe ser igual al momento producido por la distribución de esfuerzos.

$$\Sigma M_Z = M_R$$

$$M = \int y dF = \int_A y \sigma dA$$

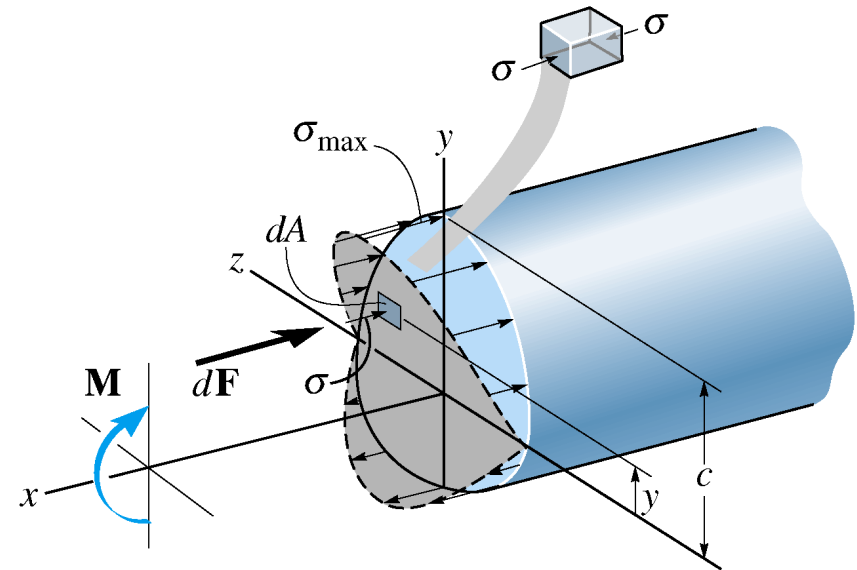
Donde

$$\sigma = -\frac{y}{c} \sigma_{max}$$

Entonces

$$M = \int_A -\frac{y^2}{c} \sigma_{max} dA$$

$$M = -\frac{\sigma_{max}}{c} \int_A y^2 dA$$



6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

## 6.2 Formulación de flexión

6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

$$M = -\frac{\sigma_{max}}{c} \int_A y^2 dA$$

Donde

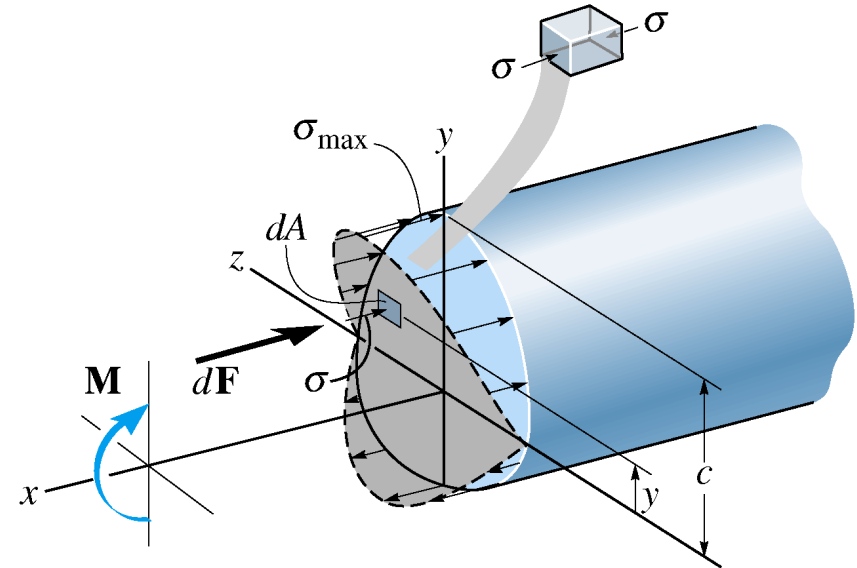
$$I = \int_A y^2 dA$$

Entonces

$$M = -\frac{\sigma_{max}}{c} I$$

Despejando  $\sigma_{max}$

$$\sigma_{max} = -\frac{M c}{I}$$





## 6.2 Formulación de flexión

6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

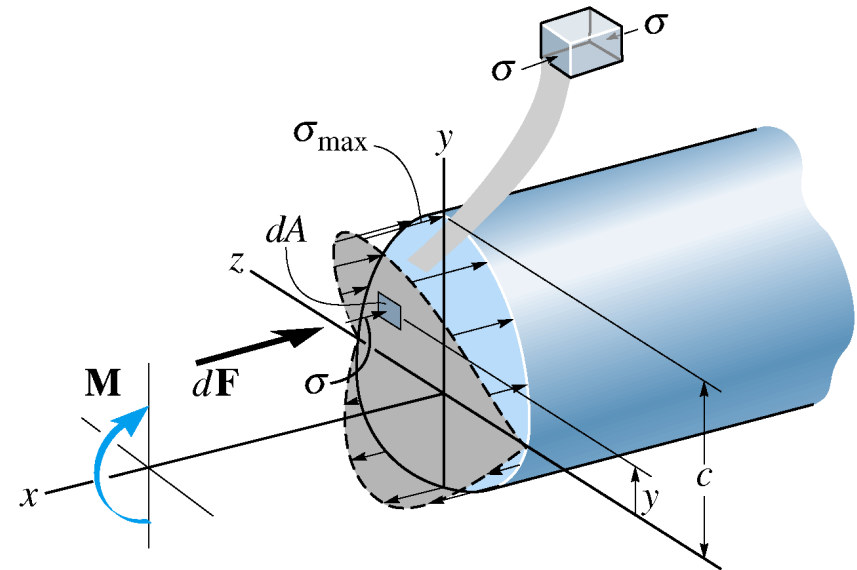
6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

$$\sigma_{max} = -\frac{M c}{I}$$

En general

$$\sigma = -\frac{M y}{I}$$



$\sigma$ : Esfuerzo normal en un punto de la sección transversal [ $Pa$ ]

$M$ : Momento flector interno resultante [ $N \cdot m$ ]

$y$ : Distancia perpendicular al eje neutro [ $m$ ]

$I$ : Momento de inercia del área de la sección transversal respecto al eje neutro [ $m^4$ ]

# 6.3 Análisis de vigas a flexión

Resistencia de Materiales 1A - Prof. Herbert Yépez C.

## 6.3 Análisis de vigas a flexión

### Fuerzas internas.

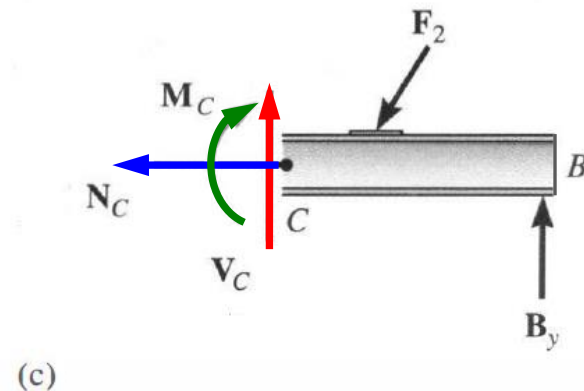
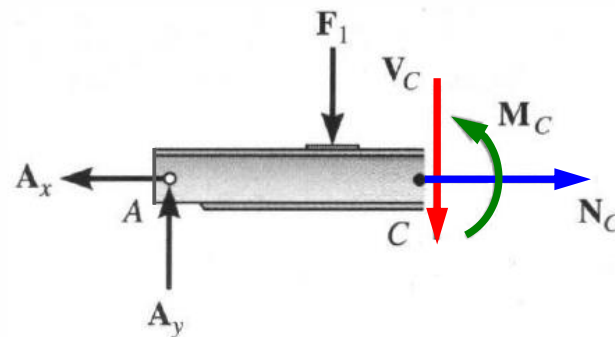
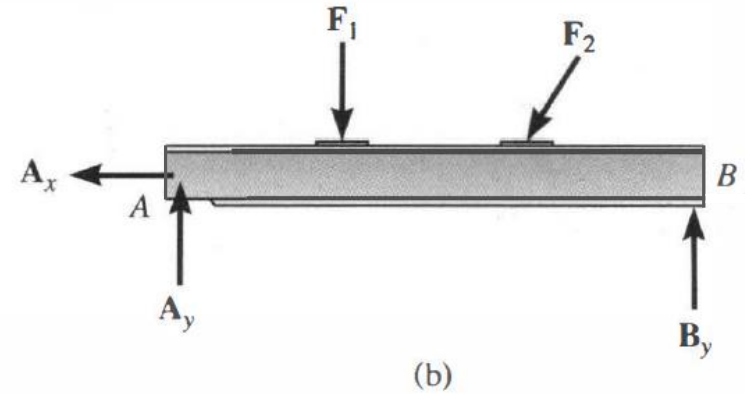
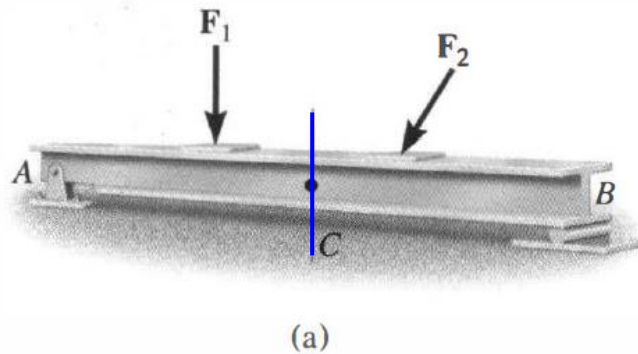
Un tema muy importante para el análisis de vigas es la determinación de fuerzas y momento que actúan dentro de un componente (fuerzas internas), para lo cual se requiere aplicar el método de las secciones o el método grafico.

6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

## 6.3 Análisis de vigas a flexión



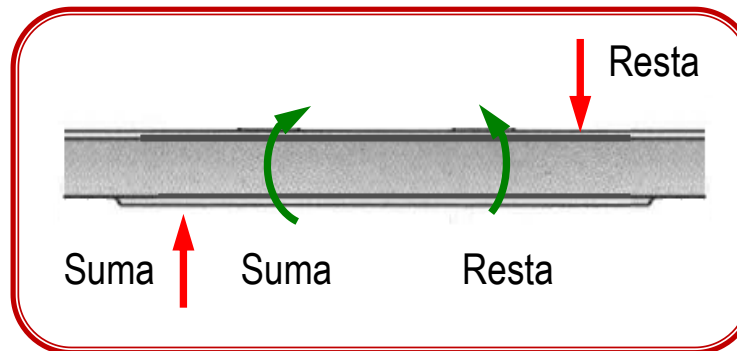
6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

## 6.3 Análisis de vigas a flexión

Cortante – Carga distribuida		Momentos - Cortante	
$\frac{dV}{dx} = -w(x)$		$\frac{dM}{dx} = V$	
<i>Pendiente del DF de Corte</i>	<i>Negativo de la intensidad de carga distribuida</i>	<i>Pendiente del diagrama de Momentos</i>	<i>Fuerza cortante</i>
$\Delta V = - \int w(x)$		$\Delta M = \int V dx$	
<i>Cambio de la fuerza cortante</i>	<i>Negativo del área bajo la curva de carga</i>	<i>Cambio del momento</i>	<i>Área bajo el diagrama de fuerza cortante</i>



6.1  
Deformación  
por flexión de  
un miembro  
recto

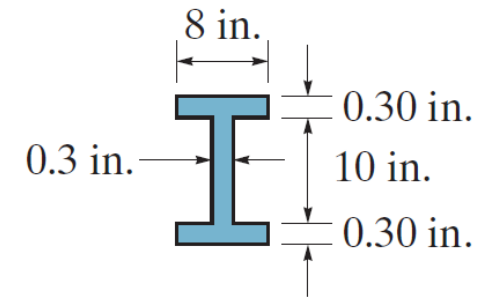
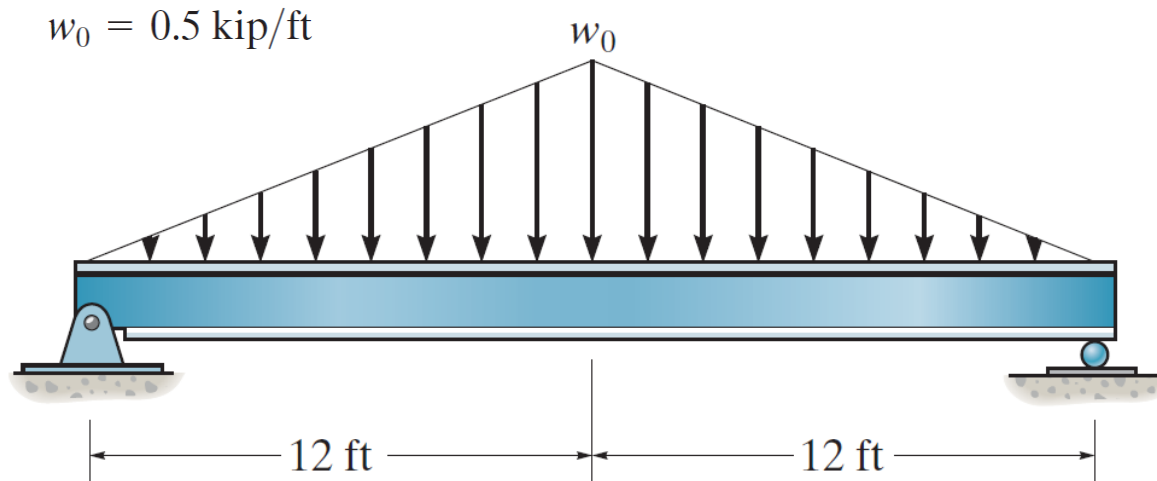
6.2  
Formulación  
de flexión

6.3 Análisis  
de vigas a  
flexión

# Problema 02

Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales

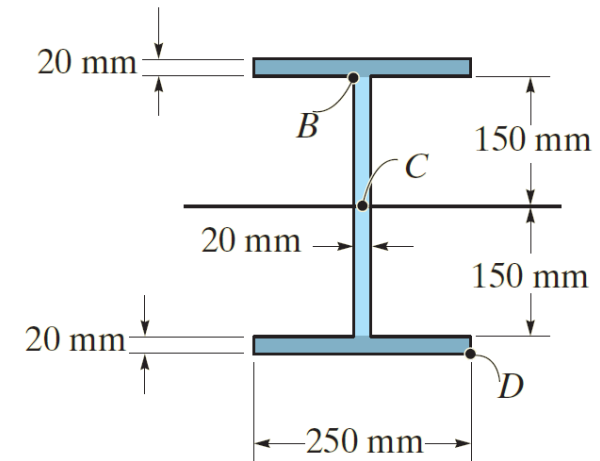
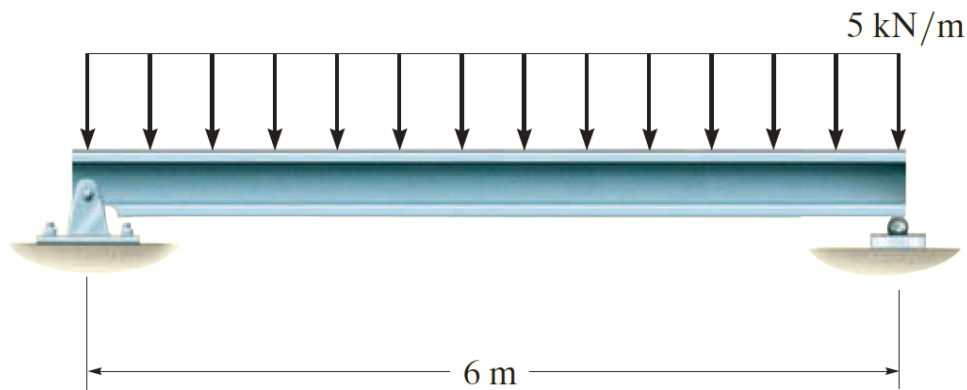
Determinar el esfuerzo de flexión máximo en la viga.



# Problema 01

Ref. Hibbeler R. *Mecánica de Materiales*

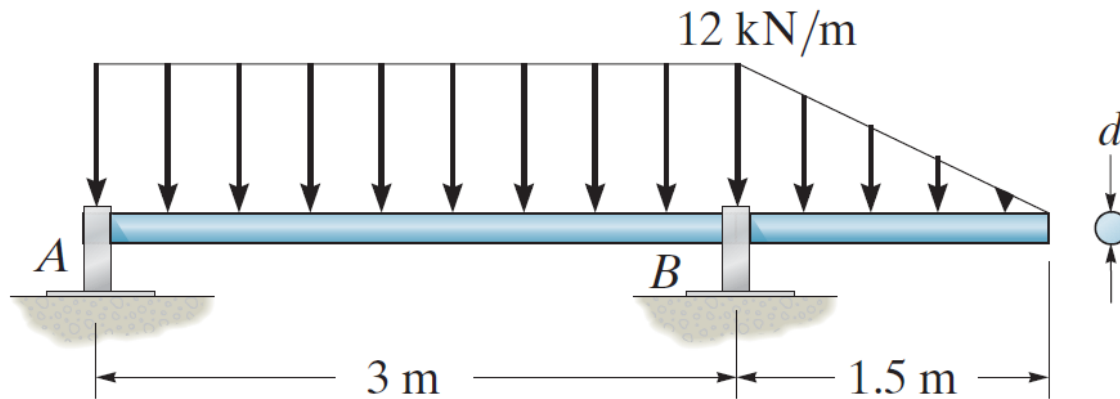
Determinar el esfuerzo de flexión máximo que puede actuar en los puntos B y D.



# Problema 03

Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales

Determinar el menor diámetro si el esfuerzo de flexión admisible es  $180 \text{ MPa}$ .





# Problema 04

*Ref. Beer. Mecánica de Materiales*

Determinar el esfuerzo normal máximo debido a la flexión con las diferentes secciones.

